

UNIVERSITÉ DE RENNES 1
MASTER 2 MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS, PARCOURS CALCUL SCIENTIFIQUE ET
MODÉLISATION

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2021-2022

RAPPORT DE STAGE

Maximiser l'exploitation de l'inertie thermique des câbles d'export de fermes éoliennes marines

LABORATOIRES SATIE, IETR ET IREENA

Alexandre FAYE-BÉDRIN

encadré par
Anne BLAVETTE (SATIE), Pierre HAESSIG (IETR), et Salvy BOURGUET (IREENA)

Table des matières

1	Introduction	3
2	Production et transport d'électricité	4
2.1	Gestion du réseau électrique	4
2.2	Marché de l'énergie	5
2.3	Production éolienne et stockage	5
2.3.1	Production éolienne	5
2.3.2	Stockage	5
2.3.3	Couplage d'éoliennes avec du stockage	6
2.4	Transport	7
2.4.1	Par courant continu	7
2.4.2	Par courant alternatif	7
2.4.3	Câble étudié	8
3	Contexte et problématique	10
3.1	Système étudié	10
3.2	Formalisation du problème de contrôle	11
3.2.1	Données	11
3.2.2	Variables	11
3.2.3	Contraintes	11
3.3	Méthode : <i>Stochastic Dynamic Programming</i>	11
3.3.1	Cadre de la SDP	12
3.3.2	Principe	12
3.3.3	Lien avec la programmation dynamique	13
3.3.4	<i>Curse of dimensionality</i>	13
3.3.5	Horizon infini	13
3.3.6	Exemple d'application de la SDP	14
3.4	Modèles thermiques	16
3.4.1	Modèle thermique IEC 60853	16
3.4.2	Modèle LLT – <i>Local Linear Trend</i>	20
3.5	Problématique	22
4	Approche de résolution du problème	23
4.1	Contrainte en puissance sur le câble d'export	23
4.1.1	Intégration de la contrainte avec la SDP	23
4.1.2	Application	24
4.2	Contrainte en température	26
4.2.1	Nécessité d'un nouveau modèle thermique	26
4.2.2	Modèle LLTX – LLT avec variable eXogène	26
4.2.3	Modèle RC3 – <i>RC ladder</i> à 3 cellules	30
4.3	SDP sur GPU	33
4.3.1	Intérêt	33
4.3.2	Implémentation	35
4.4	Heuristiques de gestion pour comparaison	35
4.4.1	Pas de limite	35
4.4.2	Limite en puissance	35
4.4.3	Limite en température	36

4.5	Comparaison des stratégies de gestion	36
4.5.1	Discrétisation de l'espace d'état et temps de calcul	36
4.5.2	Performance et problèmes des stratégies sans limite	37
4.5.3	Performance des stratégies avec limite fixe en puissance	38
4.5.4	Performance des stratégies avec limite en température	39
4.5.5	Comparaison des limites en puissance et en température	39
4.5.6	Meilleure stratégie	40
5	Conclusion	44

Chapitre 1

Introduction

Ce stage a pour sujet : *Maximising the exploitation of export cable thermal inertia in offshore wind farms*, soit « Maximiser l'exploitation de l'inertie thermique des câbles d'export de fermes éoliennes marines ».

Il s'est déroulé dans le cadre du projet Max-I, financé par le Groupement de Recherche CNRS SEEDS (Systèmes d'énergie électrique dans leur dimension sociétale) et dirigé par Anne BLAVETTE (SATIE) en collaboration avec Pierre HAESSIG (IETR) et Salvy BOURGUET (IREENA).

Le fil conducteur du stage est la comparaison de méthodes de gestion, sur la base du temps de calcul nécessaire et de la qualité du résultat. Le problème à résoudre est largement non-linéaire, notamment au niveau de ses contraintes.

Ce rapport aborde les points suivants :

- le contexte : le transport d'électricité de source éolienne et le marché de l'électricité,
- la problématique : le coût à minimiser (l'écart entre un engagement et la réalisation d'une production), ainsi que ses contraintes (température du câble de transport),
- l'approche du problème : la présentation de différentes stratégies de gestion, et leur comparaison en terme de temps de calcul et de valeur d'une fonction coût.

Chapitre 2

Production et transport d'électricité

Nous allons ici introduire quelques notions sur la production électrique et son transport, en particulier dans le cadre des fermes éoliennes. Parmi ces notions, nous insisterons sur les limites et contraintes (physiques, réglementaires) qui s'appliquent.

Sommaire

2.1	Gestion du réseau électrique	4
2.2	Marché de l'énergie	5
2.3	Production éolienne et stockage	5
2.3.1	Production éolienne	5
2.3.2	Stockage	5
2.3.3	Couplage d'éoliennes avec du stockage	6
2.4	Transport	7
2.4.1	Par courant continu	7
2.4.2	Par courant alternatif	7
2.4.3	Câble étudié	8

2.1 Gestion du réseau électrique

La gestion du réseau électrique se structure autour de 4 activités :

- la production d'électricité,
- le transport : l'électricité est acheminée sur des distances plus ou moins longues, au moyen de lignes à haute tension,
- la distribution : le raccord entre le réseau de transport et les utilisateurs, par des lignes basse tension,
- la fourniture : la vente d'électricité aux utilisateurs finaux.

Ces 4 composantes sont gérées par des entités différentes, suivant la directive européenne du 19 décembre 1996 et sa transposition en droit français [5].

Du point de vue technique, le transport et la distribution sont distincts car ils présentent des problématiques différentes : le transport met en jeu des puissances importantes sur de longues distances, tandis que la distribution se fait sur des distances plus courtes et dans des milieux où la dangerosité est à limiter (proche d'habitations notamment). Les hautes tensions sont donc privilégiées pour le transport (ce qui se traduit par des courants plus faibles, et donc des pertes limitées), et les basses tensions pour la distribution.

La production et la fourniture sont des activités totalement ouvertes à la concurrence en Europe, et impliquent nombre d'acteurs différents. En France métropolitaine, le transport est opéré par RTE (Réseau de Transport d'Électricité) et la distribution par Enedis (ex ERDF).

Cette organisation sous-entend que les opérateurs de transport et distribution gèrent les infrastructures du réseau, tandis que les fournisseurs achètent l'électricité aux producteurs, tout en payant les services de transport et distribution.

2.2 Marché de l'énergie

Le marché de l'énergie électrique implique donc les producteurs et les fournisseurs (ces derniers pouvant éventuellement impliquer leurs utilisateurs, par exemple à travers des contrats type heures pleines/heures creuses).

Dans le cadre général, les producteurs déclarent une estimation de leur production future, qui n'a pas de valeur contractuelle. Dans un cadre contraint, tel qu'un réseau électrique insulaire isolé (on parle de ZNI – Zone Non Interconnectée), chaque installation de production a un impact important sur le réseau entier. La déclaration a donc nettement plus de conséquences, et prend une valeur contractuelle.

Ce type de marché, qui n'est pour l'instant pas généralisé, pourrait s'imposer sur le continent avec l'augmentation massive de la part des énergies renouvelables non-pilotables. Il est aujourd'hui utilisé comme cadre de travail dans le développement de *smart-grids*, les réseaux électriques "intelligents" qui visent à inclure largement les consommateurs dans le processus d'égalisation production/consommation.

Le marché fonctionne alors en 2 temps :

1. Les producteurs et fournisseurs établissent une prévision de leur production et consommation par pas de temps (qui ont une durée typiquement fixée entre 10min et 1h) pour le lendemain, et s'accordent sur le tarif associé. On parle alors d'engagement de production, et on le note P_{grid}^* .
2. Le moment venu, lors de la réalisation de la production/consommation (on note P_{grid}), des aléas peuvent se présenter : que ce soit au niveau de la production (panne ou accident, variabilité d'une source telle que le vent ou le soleil), ou de la consommation (suite à des besoins de chauffage imprévus par exemple, ou un événement impactant un gros consommateur tel qu'un site industriel).

Ces aléas doivent être compensés pour maintenir la stabilité du réseau (autant que possible par des producteurs, si nécessaire par des consommateurs), et cela a un coût, qui dépend donc de l'écart à l'engagement $P_{dev} = P_{grid} - P_{grid}^*$.

Pour parer aux ajustements nécessaires lors de la deuxième phase, les producteurs peuvent n'engager lors de la première phase pas toute la puissance qu'ils estiment disponible : ainsi, il y a une réserve de puissance disponible à tout moment. L'utilisation de cette réserve est rémunérée aux producteurs qui la fournissent, et une pénalité est appliquée aux producteurs ayant surestimé leur puissance disponible.

2.3 Production éolienne et stockage

On s'intéresse à la position d'un type de producteur particulier : une ferme éolienne marine (*offshore*), dotée d'un système de stockage sur place (tel qu'une batterie), et reliée au continent par un câble de transport enterré.

2.3.1 Production éolienne

La production d'électricité par des éoliennes P_{prod} est soumise à la puissance éolienne P_{wind} (maximum théorique, dépendant du vent) disponible à chaque instant : $P_{prod} \leq P_{wind}$ (et, évidemment, $P_{prod} \geq 0$). Dans le cadre du marché de l'électricité, cela subordonne donc la prévision de production -ainsi que la qualité de cette prévision- aux prévisions météorologiques. Cela implique également qu'une erreur de prévision météo peut se traduire par une pénalité financière pour l'opérateur de l'éolienne, à moins qu'il n'ait un moyen de compenser ou limiter cette erreur (par écrêtage en cas de surproduction, par exemple).

Les prévisions de puissance éolienne ont une forme probabiliste : on a, à chaque instant, une estimation de différents quantiles de probabilité d'avoir une certaine puissance (voir Figure 2.1).

Lorsque les éoliennes ne sont pas couplées à du stockage, leur production prévisionnelle P_{prod}^* est considérée comme leur engagement : $P_{grid}^* = P_{prod}^*$.

2.3.2 Stockage

Dans notre cas, les éoliennes sont couplées à un système de stockage. Ce système peut bien sûr prendre la forme d'une batterie, mais aussi d'un super-condensateur, un volant d'inertie...

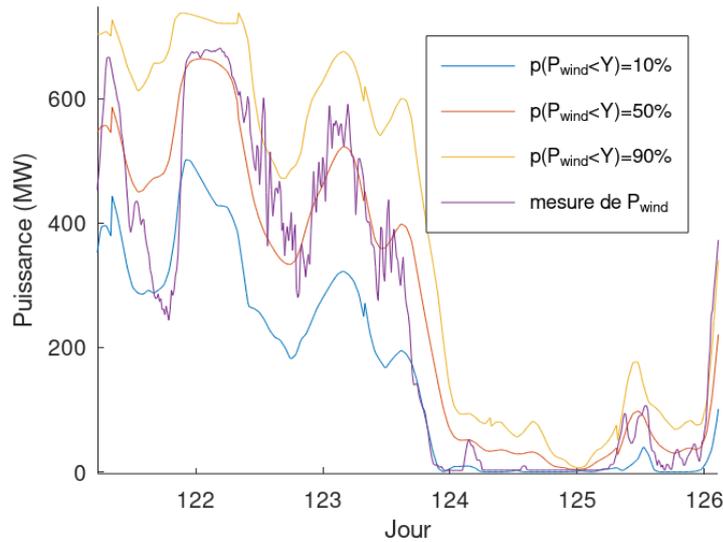


FIGURE 2.1 – Prédiction et réalisation d’une puissance éolienne P_{prod} , par pas de 15min. On dispose ici de la médiane, ainsi que du premier et du dernier décile. Données de production agrégées des fermes éolienne marines, par Elia (gestionnaire réseau belge).

Dans tous les cas, les moyens de stockage partagent ce lot de caractéristiques :

- l’énergie stockée E_{sto} est positive : il est physiquement impossible de décharger le stockage au-delà d’une certaine limite, ce qu’on traduit par $E_{sto} \geq 0$,
- le stockage a une capacité maximale E_{max} , telle que : $E_{sto} \leq E_{max}$, et cette capacité peut varier avec les conditions (température, âge du dispositif, historique de charge...),
- stocker ou déstocker de l’énergie induit des pertes (cela a plusieurs causes : l’effet Joule, le rendement de conversion électro-chimique, le système de contrôle de température) : la puissance envoyée au stockage P_{sto} n’est pas intégralement stockée, ou n’est qu’une partie de l’énergie déstockée : $\frac{dE_{sto}}{dt} = P_{sto} - P_{loss}$, avec $P_{loss} \geq 0$,
- le stockage/déstockage ne peut se faire qu’à une certaine puissance sans endommager le système : $P_{sto}^- \leq P_{sto} \leq P_{sto}^+$, avec $P_{sto}^- < 0 < P_{sto}^+$, et ces valeurs peuvent dépendre des conditions (température),
- stocker ou déstocker de l’énergie a un coût économique, dû à l’usure normale du système de stockage qui amène des besoins de maintenance (voire de remplacement),
- l’énergie stockée a tendance à se dissiper avec le temps, à une vitesse $P_{dis} \geq 0$ qui peut dépendre de beaucoup de paramètres (température, âge du dispositif, taux de charge, historique de charge...), ce qui donne si on prend cela en compte : $\frac{dE_{sto}}{dt} = P_{sto} - P_{loss} - P_{dis}$, avec $P_{dis} \geq 0$.

Selon le dispositif de stockage et les conditions dans lequel on le place, on peut être amené à ignorer ou négliger certaines de ces grandeurs : par exemple, si les pertes Joule et le taux de dissipation est assez faible, on peut considérer le stockage comme parfait ($\frac{dE_{sto}}{dt} = P_{sto}$). Si de plus les puissances admissibles sont assez grandes par rapport aux puissances susceptibles d’être envoyées ou demandées, on peut les ignorer.

Dans notre cas, on considère que les échelles de temps sont suffisamment courtes pour ne pas prendre en compte la dissipation d’énergie P_{dis} (les pertes P_{loss} étant largement prépondérantes).

2.3.3 Couplage d’éoliennes avec du stockage

Pour apporter de la flexibilité dans la puissance exportée par une ferme éolienne, on peut lui adjoindre un moyen de stockage. Son rôle est alors d’absorber les surplus par rapport aux prévisions, et de compenser les déficits de production.

Cependant, il n’est pas optimal de compenser complètement et à chaque instant les erreurs de prévisions avec ce stockage, notamment du fait du coût de l’utilisation de celui-ci et des contraintes qui le caractérisent [8].

Dans ce type de configuration, la puissance envoyée dans le câble d'export P_{cable} est la somme de la production éolienne et de la puissance délivrée par le stockage : $P_{cable} = P_{prod} + (-P_{sto})$.

2.4 Transport

Le transport d'énergie électrique se fait par des câbles.

Il y a plusieurs configurations possibles, qu'on peut majoritairement classer en 2 catégories : les installations en courant continu, et celles en courant alternatif.

Le courant alternatif est aujourd'hui très largement majoritaire, pour des questions de gestion et en raison de la facilité des adaptations de tension.

Cependant, une installation en courant continu haute tension (usuellement appelée "HVDC" selon l'acronyme anglais) peut être considéré pour des longueurs de câbles dépassant les 50-60 km. Or, dans notre cas, nous considérons des longueurs inférieures donc une configuration en courant alternatif haute tension (HVAC) sera considérée.

2.4.1 Par courant continu

Le câble de transport est équivalent à une paire de conducteurs, et entre les 2 conducteurs est appliquée une tension électrique. Cette tension varie aussi peu que possible, et les variations de puissance sont portées par le courant (on rappelle qu'on a $P_{cable}(t) = U_{cable}(t)I_{cable}(t)$, avec $U_{cable}(t)$ décrivant la tension et $I_{cable}(t)$ l'intensité du courant).

Le passage du courant est source de pertes d'énergie, à cause de l'effet Joule. La puissance des pertes P_J est de la forme : $P_J(t) = RI_{cable}^2(t)$, avec R la résistance électrique totale du câble (si on note R_1 et R_2 les résistances des 2 conducteurs, on a $R = R_1 + R_2$). La résistance électrique peut dépendre de plusieurs paramètres pour un même câble, notamment sa température.

La conséquence directe de ce phénomène est qu'à même valeur de puissance, pour minimiser les pertes, il faut minimiser l'intensité du courant et donc maximiser la tension.

L'effet Joule amène une deuxième problématique, qui motive d'autant plus les efforts pour limiter son action : l'énergie dite "perdue" est en fait transformée en chaleur, et élève la température des câbles. Or, les matériaux utilisés pour la fabrication des câbles – et notamment les isolants, doivent rester dans une certaine plage de température pour ne pas se détériorer trop rapidement. Cela borne les valeurs de courant admissibles, selon la construction du câble et la manière dont il est refroidi.

Réaliser une adaptation de tension (c'est-à-dire une baisse ou une élévation, si possible avec un bon rendement) nécessite un montage d'électronique de puissance, ce qui explique en partie qu'historiquement le courant continu a peu été utilisé pour du transport. La valeur de tension est essentiellement bornée par les capacités isolantes des matériaux gainant les conducteurs des câbles.

2.4.2 Par courant alternatif

On a plusieurs conducteurs c (au moins 2, souvent 3), sur lesquels on applique une tension $u_c(t)$ relative à un point neutre (on rappelle qu'une tension u d'un point est une différence de potentiel entre 2 points : $u = V - V_N$, avec V le potentiel du point d'intérêt et V_N le potentiel neutre).

Les tensions alternatives sont généralement sinusoïdales dans ce contexte de transport, et déphasées de manière à maximiser la distance entre les phases. Dans tous les cas, elles vérifient $\sum_{c=1}^N u_c(t) = 0$, avec N le nombre de conducteurs – le potentiel neutre étant défini comme la moyenne des potentiels des conducteurs. On a alors u_c sous la forme :

$$u_c(t) = U_a \sin\left(\omega t + \frac{2\pi c}{N}\right)$$

ω étant la pulsation et U_a l'amplitude.

Dans chacun des conducteurs passe un courant d'intensité $i_c(t)$. Le courant vérifie la même égalité que la tension, qui découle de la loi des noeuds en courant : $\sum_{c=1}^N i_c(t) = 0$ (il existe des cas où ce n'est pas vrai, mais on ne les considère pas ici).

La puissance électrique instantanée injectée dans le câble est :

$$p_{cable}(t) = \sum_{c=1}^N u_c(t)i_c(t) = U_a \sum_{c=1}^N \sin\left(\omega t + \frac{2\pi c}{N}\right) i_c(t)$$

On voit que la puissance $p_{cable}(t)$ est régulièrement nulle, et sa forme n'est pas adaptée à des calculs rapides, de dimensionnement par exemple.

Pour simplifier la manipulation des grandeurs, on utilise plutôt la puissance moyenne sur une période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (on écrira par la suite $\Omega(t)$ pour désigner l'intervalle de temps correspondant à la période autour de l'instant t), que l'on note $P_{cable}(t)$, par analogie avec la puissance en régime continu, définie par :

$$P_{cable}(t) = \frac{1}{T} \int_{\Omega(t)} p_{cable}(\tau) d\tau$$

On peut montrer que cette puissance vaut

$$P_{cable}(t) = U \sum_{c=1}^N I_c(t) k_c$$

avec $U = \|u_c\|_{L^2(\Omega(t))} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_a$ la tension efficace, $I_c(t) = \|i_c\|_{L^2(\Omega(t))}$ le courant efficace, et k_c le facteur de puissance tel que $-1 \leq k_c \leq 1$ (dans notre cas, on considérera les cas où $k_c \geq 0$).

Dans le cas où le courant est sinusoïdal sur la période considérée, donc de la forme :

$$i_c(t) = I_a(t) \sin\left(\omega t + \frac{2\pi c}{N} + \phi\right)$$

avec ϕ le déphasage courant-tension et $I_a(t)$ l'amplitude considérée constante sur une période, cela simplifie encore l'expression de la puissance moyenne sur une période :

$$P_{cable}(t) = NUI(t) \cos(\phi)$$

avec cette fois-ci $I(t) = \frac{I_a(t)}{\sqrt{2}}$ le courant efficace commun aux N conducteurs et $\cos(\phi)$ le facteur de puissance.

On peut introduire la puissance apparente $S(t) = NUI(t)$, qui est en quelque sorte la puissance dimensionnante pour le transport : elle fixe la relation entre le courant et la tension admissibles lors du transport, même en prenant en compte les éventuelles adaptations de tension. Son unité est le VA (Volt \times Ampère, et ses dérivés : kVA, MVA...), et non le Watt –qui est réservé à P la puissance dite absorbée– même si ce sont des unités homogènes : c'est une grandeur purement électrique, et il n'en existe pas de transformation (que ce soit en thermique, en mécanique...)

On fera par la suite l'hypothèse simplificatrice que $k = 1$ et donc que $S = P_{cable}$.

De manière analogue au cas du courant continu, les pertes Joule dans le câble $p_J(t)$ ont la forme :

$$p_J(t) = R \sum_{c=1}^N i_c^2(t)$$

avec R la résistance électrique d'un conducteur (on suppose que tous les conducteurs ont la même). La problématique thermique est également présente, selon exactement les mêmes termes.

Pour simplifier l'écriture et les calculs, on va plutôt considérer les pertes Joule moyennes sur une période $P_J(t)$, et rester dans le cas du courant (quasi-)sinusoïdal :

$$P_J(t) = \frac{1}{T} \int_{\Omega(t)} p_J(\tau) d\tau = NRI^2(t)$$

On remarque qu'on retrouve dans cette forme la valeur du courant efficace : c'est de lui qu'on se préoccupera par la suite, et non du courant instantané.

Par ailleurs, contrairement au cas du courant continu, réaliser une adaptation de tension ne nécessite qu'un transformateur (quelques bobines et un noyau magnétique), ce qui facilite grandement la minimisation des pertes. Et, de même que dans le cas continu, la tension maximale est due aux matériaux isolants.

2.4.3 Câble étudié

On va se placer dans le cas du courant alternatif, avec un câble à 3 conducteurs (voir Figure 2.2 pour un câble du même type décrit dans [4]).

Ce câble comporte une armure métallique : on voit bien que les 3 conducteurs sont entourés par des fils de matériau conducteur, mais qui ne sert pas à transporter de la puissance électrique.

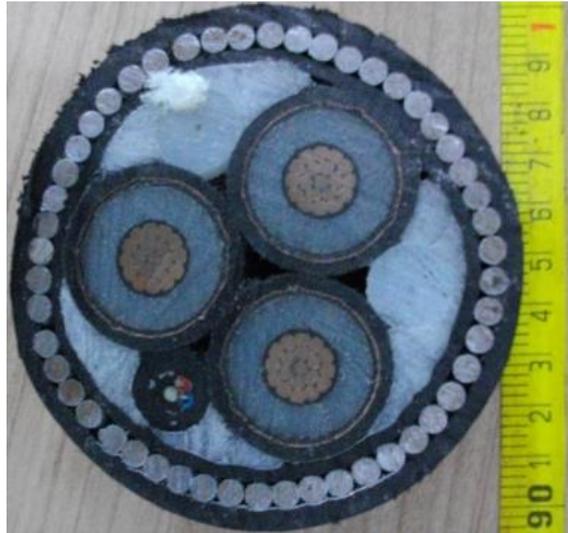


FIGURE 2.2 – Photographie (issue de [4]) de la section d'un câble de $20kV$, d'une conception similaire au câble étudié. La différence tient essentiellement aux dimensions.

L'armure donne au câble ses caractéristiques mécaniques, et le protège ainsi de déformations trop importantes.

Chaque âme est entourée d'un écran (fine couche de matériau conducteur), qui peut avoir plusieurs fonctions : évacuer les courants de fuite et court-circuits, protéger des infiltrations d'eau, et homogénéiser le champ électrique extérieur.

Ces deux couches, armure et écrans, sont couplées électro-magnétiquement avec les âmes du fait de leur proximité. Cela provoque des courants de Foucault lorsque du courant transite par le câble, et augmente les pertes Joule qu'on doit prendre en compte.

Par chance, ces pertes sont proportionnelles à $I^2(t)$ dans le cas où celui-ci est (quasi-)sinusoïdal : il suffit donc de multiplier $P_J(t)$ par un facteur correctif adapté pour les prendre en compte. Par exemple, dans le développement du modèle électrothermique analytique, ce facteur est noté λ_1 pour les écrans et λ_2 pour l'armure.

Le câble est dimensionné pour une tension efficace de $225kV$ entre phases (soit $130kV$ efficace entre une phase et le neutre). On peut déterminer que dans notre cas d'étude –avec un modèle électrothermique de référence, qui sera détaillé par la suite– ce câble est capable de supporter un courant efficace de $863A$ par conducteur.

La résistance électrique d'un conducteur du câble a été évaluée expérimentalement –en incluant le facteur correctif– dans [4]. La variation avec la température est approximée par une relation affine :

$$R(\theta) = R_0(1 + \alpha_r(\theta - \theta_0))$$

avec

- $R_0 = 201\mu\Omega m^{-1}$
- $\alpha_r = 3.93 \times 10^{-3} K^{-1}$
- $\theta_0 = 20^\circ C$

Pour ne pas se détériorer rapidement, ce câble ne doit pas dépasser une température de $90^\circ C$.

On peut remarquer ici que la prise en compte de la température est indispensable : en passant de $20^\circ C$ à $90^\circ C$, la résistance R augmente de 27%.

Pour être précis, et même si cela ne change pas fondamentalement le modèle de résistance électrique, l'effet de peau joue aussi un rôle : la résistance électrique augmente avec la fréquence du courant. L'effet de peau est une concentration du courant vers la frontière de la section du conducteur, ce qui a le même effet qu'une diminution de l'aire de cette section. La fréquence étant dans notre cas fixée, cela peut donc se modéliser comme une section réduite.

Cela conclut ce chapitre sur la description du fonctionnement d'un système électrique et de ses composants. Le prochain chapitre abordera quant à lui la problématique étudiée dans ce stage.

Chapitre 3

Contexte et problématique

Dans ce chapitre, nous allons décrire plus spécifiquement le contexte du stage, le système étudié et enfin la problématique sur laquelle j'ai travaillé.

Sommaire

3.1	Système étudié	10
3.2	Formalisation du problème de contrôle	11
3.2.1	Données	11
3.2.2	Variables	11
3.2.3	Contraintes	11
3.3	Méthode : <i>Stochastic Dynamic Programming</i>	11
3.3.1	Cadre de la SDP	12
3.3.2	Principe	12
3.3.3	Lien avec la programmation dynamique	13
3.3.4	<i>Curse of dimensionality</i>	13
3.3.5	Horizon infini	13
3.3.6	Exemple d'application de la SDP	14
3.4	Modèles thermiques	16
3.4.1	Modèle thermique IEC 60853	16
3.4.2	Modèle LLT – <i>Local Linear Trend</i>	20
3.5	Problématique	22

3.1 Système étudié

On prend comme cas d'étude une ferme éolienne fictive. Cette ferme dispose d'un stockage parfait (c'est-à-dire sans pertes), et est reliée au réseau électrique continental ou insulaire par le câble décrit en section précédente.

On va considérer le comportement du système lorsque géré par différentes méthodes à différents facteurs d'*over-planting*, c'est-à-dire à différents niveaux de "sous-dimensionnement" du câble. On parle d'*over-planting* lorsqu'on a une capacité de production maximale supérieure à la capacité nominale (en régime permanent, soit à puissance fixée dans le temps) du câble.

Pour avoir des données de production éoliennes crédibles, on se base sur des données fournies par Elia (gestionnaire de réseau belge) : la somme –à chaque pas de temps de 15min– des productions éoliennes marines belges pendant un an. On dispose également des prévisions météo générées la veille, qui incluent les intervalles de confiance à 80% (comme en Figure 2.1) [7].

Ces données sont mises à l'échelle afin de correspondre à un parc éolien pour lequel le câble serait dimensionné, et ce pour chaque facteur d'*over-planting* considéré : il est plus facile d'appliquer un facteur correctif à ces données de puissance, que de concevoir un nouveau câble adapté à chaque fois.

Le stockage est dimensionné de la manière suivante : on prend l'écart-type de l'erreur de prévision σ_P (homogène à une puissance, de l'ordre de 12% de la puissance crête de la ferme soit 40MW) que l'on multiplie par une durée T (une sorte de constante de temps) : suivant les conseils de [8], on prend $T = 10h$. Ce qu'on espère en faisant cela, c'est que cette capacité permet de compenser

suffisamment les écarts de production, sans coûter trop cher (à l'installation et à l'entretien). En supposant que le stockage est plein et n'a pas de limite de puissance, il pourrait donc fournir la puissance crête de la ferme pendant environ 1h13.

3.2 Formalisation du problème de contrôle

Le fait qu'il y ait des aléas dans la production d'électricité éolienne a un coût économique, du fait qu'il faut compenser ces aléas, et ce de plusieurs manières (stockage, autres producteurs). On cherche à minimiser ce coût, en utilisant un moyen de stockage et en contrôlant autant que possible la puissance envoyée au réseau.

3.2.1 Données

On dispose de prévisions de puissance éolienne ainsi que de puissance réalisée, sous la forme explicitée plus haut (représentation en Figure 2.1) pour l'année 2017. On va simplement utiliser les prévisions médianes (telles que $p(P_{wind} < P)$) comme engagement de production : c'est une stratégie courante. Le meilleur engagement est solution d'un problème d'optimisation (dont on a un aperçu dans [1]) qui prend en compte les contraintes du système, et a priori diffère de cette stratégie.

3.2.2 Variables

Les variables de contrôle sont un profil de puissance envoyé dans le câble d'export $P_{grid}(t)$ ainsi qu'un profil de puissance envoyé au stockage $P_{sto}(t)$.

On dispose à chaque instant de $P_{prod}(t)$ la puissance disponible à la production.

Les autres grandeurs découlent de ces trois premières :

- $P_{cur}(t) = P_{prod}(t) - P_{grid}(t) - P_{sto}(t)$ la puissance écrêtée
- $\frac{dE_{sto}}{dt} = P_{sto}(t)$ la variation d'énergie stockée,
- $I(t) = \frac{P_{grid}(t)}{3U}$ le courant dans le câble,
- $W(t) = 3RI^2(t)$ les pertes Joule linéiques dans l'âme du câble,
- $R(\theta)$ la résistance électrique linéique du câble,
- $\theta(t)$ la température du câble,
- $P_{grid}(t) = 3UI(t)$ la puissance fournie au réseau (U constante)

Le problème étant stochastique, on recherche une loi de commande pour les 2 variables : on ne peut pas se contenter d'une unique trajectoire puisque chaque écart des variables aléatoires modifie la trajectoire optimale.

Le problème relève donc du contrôle optimal en boucle fermée.

3.2.3 Contraintes

Les contraintes sont les suivantes, pour tout t :

- la température θ du câble, qui ne doit pas dépasser une certaine valeur : $\theta(t) \leq \theta_{max}$,
- l'écrêtage ne peut être qu'une perte de puissance : $P_{cur}(t) \geq 0$,
- l'énergie stockée est bornée : $0 \leq E_{sto}(t) \leq E_{max}$,

Classiquement, la puissance envoyée dans le câble est bornée supérieurement, mais c'est en fait une approximation assez conservative de la contrainte en température qui représente le vrai facteur limitant. Dans le cas d'une puissance fluctuante, comme c'est le cas pour les fermes éoliennes, cette approche est moins pertinente et doit être révisée. Le but du stage est bien de raffiner le contrôle, cette puissance n'est donc plus limitée.

3.3 Méthode : *Stochastic Dynamic Programming*

La SDP (*Stochastic Dynamic Programming*) est une méthode de calcul de loi de gestion, afin de contrôler un système contraint et sujet à des incertitudes (composante stochastique dans son comportement).

Cette méthode a fait ses preuves pour répondre à une problématique liée : comment gérer et dimensionner le stockage de manière optimale [8]. Cependant, aucun travail de recherche ne semble

avoir intégré la limite de puissance d'un câble d'export dans le cas d'une ferme éolienne *offshore* présentant de l'*over-planting*, ni lorsque des contraintes en température (et non en puissance) sont considérées. On cherche pour ce stage à évaluer son potentiel en rajoutant la contrainte de température sur le câble d'export.

Cette méthode est décrite extensivement dans [2] et son application pour la gestion d'un moyen de stockage d'énergie couplé à une ferme éolienne est décrite dans [8]. On en retiendra globalement ce qui suit.

3.3.1 Cadre de la SDP

La SDP est applicable aux problèmes de contrôle optimal ayant les caractéristiques suivantes :

- Le temps est discret
- Le système considéré, à tout instant k :
 - possède un état x_k
 - reçoit une commande u_k
 - est sujet à une perturbation w_k , qui suit une loi de probabilité connue
 - obéit à une dynamique : $x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k)$
- La fonctionnelle qu'on cherche à minimiser est une espérance de somme de coûts instantanés c_k et d'un coût terminal g , c'est-à-dire que pour un temps allant de 0 à K , on a la fonction coût :

$$J = \mathbb{E}_w \left[\sum_{k=0}^{K-1} c_k(x_k, u_k, w_k) + g(x_K) \right]$$

et on cherche à atteindre :

$$J^* = \min_u J$$

3.3.2 Principe

La fonctionnelle définie ci-dessus est décomposable en plusieurs "sous-fonctionnelles" : en combinant les éléments qui définissent le système, on peut noter

$$J_k^*(x_k) = \min_{u_k} \mathbb{E}_w [c_k(x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}^*(f_k(x_k, u_k, w_k))], k \in \{0 \dots K-1\}$$

$$J_K^*(x_K) = g(x_K)$$

et on retrouve le lien avec la fonctionnelle originale comme cela :

$$J^* = J_0^*(x_0)$$

Pour minimiser la fonctionnelle, c'est-à-dire calculer

$$J^* = \min_u J = \min_u \mathbb{E}_w \left[\sum_{k=0}^{K-1} c_k(x_k, u_k, w_k) + g(x_K) \right]$$

on va résoudre le problème de manière itérative, en calculant les $J_k^*(x_k), k \in \{0 \dots K-1\}$ dans l'ordre des k décroissants en partant de $k = K-1$ jusqu'à $k = 0$ et en gardant $J_K^*(x_K) = g(x_K)$.

On se rend compte avec cette formulation que la commande optimale à chaque instant u_k dépend de l'état x_k , on va donc en réalité calculer la loi de commande $(\mu_k)_{k=0 \dots K-1}$ telle que

$$J_k^*(x_k) = \min_{\mu_k} \mathbb{E}_w [c_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k) + J_{k+1}^*(f_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k))], k \in \{0 \dots K-1\}$$

toujours avec les mêmes k décroissants.

Le but, généralement, est de calculer une fois pour toutes la loi de commande (hors-ligne – cela peut prendre un certain temps), et de l'appliquer simplement en-ligne ce qui permet une application en temps réel.

3.3.3 Lien avec la programmation dynamique

La détermination des μ_k se fait souvent, étant donné la nature des problèmes, de manière assez brutale : à chaque instant k , pour chaque état admissible x_k , on essaie chaque commande admissible u_k et on calcule l'espérance de manière numérique (donc en faisant le calcul avec un certain nombre de w_k – bien choisies dans le cas où les valeurs sont continues).

Lors du calcul de μ_k , qui fait notamment appel à un certain nombre de calculs de $J_k^*(x_k)$ (pour différents x_k), on a besoin un très grand nombre de fois de connaître les valeurs de différents $J_{k+1}^*(x_{k+1})$. Avec la programmation dynamique, on n'effectue qu'une seule fois chaque calcul de $J_k^*(x_k)$ (c'est son principe même), ce qui permet de n'explorer que l'ensemble des états possibles au lieu de l'ensemble des trajectoires (c'est-à-dire de suites d'états) possibles.

Étant donné que la programmation dynamique ne fonctionne qu'avec un nombre fini de valeurs calculées, on ne peut pas directement prendre des variables d'état ou de commande dans des espaces continus : il faut une étape d'interpolation, qui ramène ces variables dans des espaces discrets.

3.3.4 Curse of dimensionality

La SDP a une limite assez importante : comme elle consiste en l'exploration de tous les possibles, le nombre de dimensions à explorer (c'est-à-dire le nombre de dimensions de x , u et w réunis ; on peut aussi compter la dimension temporelle) détermine le coût calculatoire ainsi que le coût en mémoire de la méthode.

Si l'on considère que le problème d'optimisation est non-convexe, et qu'on utilise un schéma numérique pour calculer l'espérance (c'est-à-dire une intégrale), et en notant N_i le nombre de points à explorer dans une dimension de la variable i , on a une complexité temporelle de la forme $O(K \times N_x^{\dim(x)} \times N_u^{\dim(u)} \times N_w^{\dim(w)})$.

La complexité spatiale est, elle, en $O(N_x^{\dim(x)} \times \dim(u))$: c'est le coût en mémoire de la loi de commande à un pas de temps. Enfin, le coût en stockage (donc pour l'ensemble des pas de temps) est en $O(K \times N_x^{\dim(x)} \times \dim(u))$.

La conséquence évidente de cela est que la SDP fonctionne bien seulement pour des problèmes de "petite" dimension (c'est-à-dire de l'ordre de 5 dimensions maximum pour l'espace d'état, et 1 ou 2 pour la perturbation et la commande).

3.3.5 Horizon infini

Jusqu'ici, j'ai présenté la SDP dans le cadre d'un horizon fini, c'est-à-dire que K (le nombre de pas de temps) est "petit", et ce qui se passe à la fin de l'intervalle de temps considéré a un effet important sur ce que l'on décide même au début.

Cela implique que la loi de commande est différente pour chaque pas de temps : pour $i \neq j$, on a a priori $\mu_i \neq \mu_j$, et il est important de toutes les conserver.

Si on se place sur un intervalle de temps suffisamment long voire infini (K grand), et que le comportement du système ne change pas (c'est-à-dire que les lois régissant les perturbations ainsi que la dynamique f ne dépendent pas de l'instant), alors les lois de commande des premiers instants vont être de plus en plus semblables :

$$\mu_0 \xrightarrow{K \rightarrow \infty} \mu$$

On peut exploiter cette propriété en ne conservant qu'une unique loi de commande $\mu = \mu_0$, et en l'appliquant à tous les pas de temps.

Il existe différentes manières de calculer cette loi. La plus naïve consiste à fixer K "grand", c'est-à-dire tel que la première décision prise au pas 0 n'aura presque aucune incidence au pas K . Une telle valeur de K est assez empirique et dépend très fortement de la dynamique du système. Cette méthode est appelée *value iteration*.

Il existe une méthode semblable qui fait peser de manière exponentiellement moindre l'avenir, ce qui a l'inconvénient de négliger les coûts futurs et donc de sortir de l'esprit de la SDP.

Il existe également une méthode assez différente (*policy iteration*, voir [2]), qui consiste à ne considérer qu'une loi de commande. Cette loi est, itérativement, évaluée (les coûts associés estimés) puis mise à jour (modifiée de manière à réduire les coûts venant d'être estimés). Cette méthode est plutôt différente dans sa mise en place.

Par la suite, lorsqu'on parlera d'horizon lointain ou infini, on utilisera la première méthode (*value iteration* – prendre K grand et ne conserver que $\mu = \mu_0$).

3.3.6 Exemple d'application de la SDP

Pour me familiariser avec l'utilisation de la méthode, je l'ai implémentée sur un problème simplifié qui partage une base similaire à celui sur lequel le stage se base : le stockage est considéré comme parfait, on ne permet pas d'écrtage et on ne prend pas en compte le câble. C'est en quelque sorte la version la plus naïve du problème détaillé dans [8].

Problème

On considère une ferme éolienne couplée à un stockage.

On dispose de données d'engagement P_{grid}^* (ce que le gestionnaire de la ferme s'est engagé à l'avance à fournir) basé sur des prévisions météorologiques.

On est également en mesure de modéliser l'écart P_{mis} entre l'engagement et la production réelle P_{prod} : $P_{mis,k} = P_{prod,k} - P_{grid,k}^*$ pour tout k et on estime que cet écart suit un modèle auto-régressif d'ordre 1 [8] : $P_{grid,k+1} = \phi P_{grid,k} + w_k$, avec $0 < \phi < 1$ et w_k la perturbation suivant une loi normale.

Le stockage dispose d'une limite d'énergie disponible $E_{sto,max}$ (c'est-à-dire qu'à tout instant l'énergie stockée E_{sto} vérifie $0 \leq E_{sto,k} \leq E_{sto,max}$) et suit la loi d'évolution $E_{sto,k+1} = E_{sto,k} + P_{sto,k} \times \Delta t$, avec P_{sto} la puissance envoyé au stockage et Δt la durée d'un pas de temps fixée à $1h$.

Le coût à chaque instant de l'écart $P_{dev,k}$ entre la puissance fournie P_{grid} et l'engagement P_{grid}^* (soit : $P_{dev,k} = P_{grid} - P_{grid}^*$) est quadratique : la pénalisation est de la forme $C P_{dev,k}^2$.

L'écart entre fourniture et engagement P_{dev} est lié aux autres grandeurs : pour le calculer, on se servira de la relation $P_{dev,k} = P_{mis,k} - P_{sto,k}$.

On cherche à minimiser l'espérance du coût de la pénalisation liée aux écarts entre ce qui est fourni et l'engagement, et on ne considère pas de coût terminal. Autrement dit, on cherche :

$$J^* = \min_u J = \min_u \mathbb{E}_w \left[\sum_{k=0}^{K-1} c_k(x_k, u_k, w_k) \right]$$

en décomposant comme précédemment :

$$J_k^*(x_k) = \min_{u_k} \mathbb{E}_w [c_k(x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}^*(f_k(x_k, u_k, w_k))], k \in \{0 \dots K-1\}$$

avec :

$$\begin{aligned} x_k &= \begin{pmatrix} E_{sto,k} \\ P_{mis,k} \end{pmatrix}; u_k = P_{sto,k} \\ x_{k+1} &= f_k(x_k, u_k, w_k) = \begin{pmatrix} E_{sto,k} + P_{sto,k} \times \Delta t \\ \phi P_{mis,k} + w_k \end{pmatrix} \\ c_k(x_k, u_k, w_k) &= C \times (P_{mis,k} - P_{sto,k})^2 \end{aligned}$$

On choisit $\phi = 0.8$, et w_k soit une loi normale :

$$w_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

avec $\sigma = 0.2MW$ (valeurs arbitraires).

La valeur de C n'ayant pas grande importance, on prend $C = 1\text{€} \cdot MW^{-2}$ ce qui permet de l'ignorer lors des différents calculs.

Enfin, on définit $E_{sto,max} = 10MW \cdot h$ de manière encore une fois arbitraire.

Implémentation

On implémente le tout en Python, et on détermine la loi de commande, en considérant que l'horizon est lointain. Pour cela, on prend l'horizon $K = 20$ pour le calcul de la loi de commande, puis on simule sur un intervalle de temps plus long : on utilise μ_0 sur 100 pas de temps (voir Figure 3.1).

On peut également visualiser la "conséquence" de cette loi de commande, à savoir l'écart P_{dev} entre la puissance fournie et l'engagement (Figure 3.2).

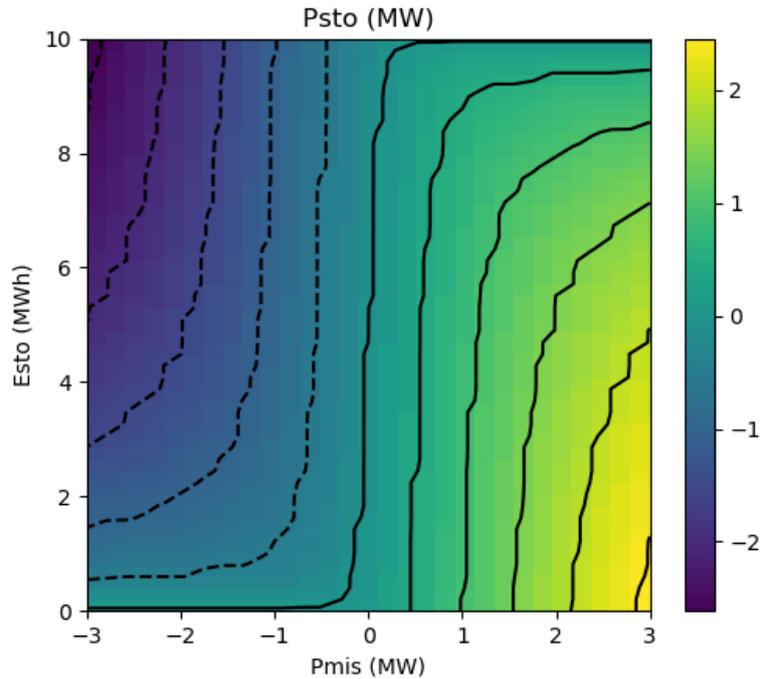


FIGURE 3.1 – Loi de commande (décision prise en fonction de l'état) $P_{sto}(E_{sto}, P_{mis})$, pour $k = 0$ et $K = 20$. Les courbes représentent les lignes d'isovaleurs : pleines pour des valeurs positives, pointillées pour des valeurs négatives.

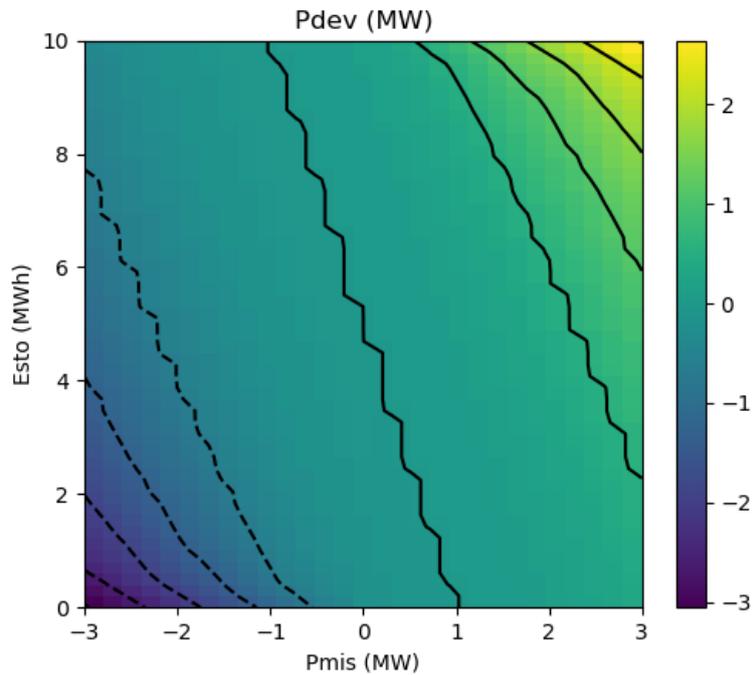


FIGURE 3.2 – Conséquence de la loi de commande, pour $k = 0$ et $K = 20$. Même lecture des courbes d'isovaleurs.

On voit que le stockage vient globalement atténuer les écarts de production, sauf dans les cas difficiles : quand le stockage est plein et qu'il y a surproduction, et quand il est vide et qu'il y a sous-production.

Pour visualiser le comportement du système avec une telle loi de commande, on peut faire une simulation temporelle (voir Figure 3.3). Pour cela, on génère un profil pour P_{mis} à partir du modèle auto-régressif décrit plus haut, puis on applique la loi de commande. On affiche enfin 4 grandeurs :

les 2 variables d'état P_{mis} et E_{sto} , la commande P_{sto} , et la conséquence P_{dev} (qui se traduit à chaque pas de temps par un coût instantané).

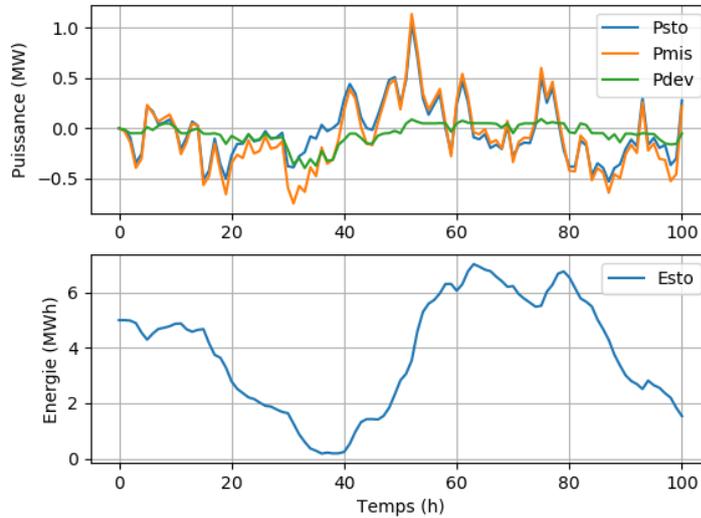


FIGURE 3.3 – Simulation temporelle avec application de la loi de commande calculée pour $k = 0$ et $K = 20$, sur 100 pas de temps

On retrouve bien le comportement décrit par les figures précédentes, et on visualise bien le fait que le stockage absorbe la majorité des écarts.

Le but du stage étant d'intégrer le comportement thermique du câble dans la gestion de la ferme éolienne basée sur la SDP, nous allons par la suite présenter deux modèles thermiques existants.

3.4 Modèles thermiques

Il existe un certain nombre de modèles thermiques de câbles utilisés aujourd'hui en recherche et dans l'industrie. On va présenter ici le modèle de référence (issu de la norme IEC 60853) ainsi qu'un modèle de comportement simple mais relativement performant présenté dans [9] et appelé *local linear trend*.

3.4.1 Modèle thermique IEC 60853

Ce modèle décrit la variation de température du câble $\theta(t)$ en fonction des pertes Joule (ou du courant). Il est basé sur la résolution de l'équation de la chaleur dans le sol autour du câble, et la modélisation du câble comme un circuit thermique RC à 2 cellules.

On présente ici la même version que dans [3], qui est basée sur la norme IEC 60853. C'est le modèle qui sera utilisé pour conduire les simulations et servira de référence : il est aujourd'hui utilisé par les gestionnaires de réseau de transport.

Réponse indicielle

La réponse indicielle d'un système est la forme de la solution résultant d'une sollicitation en échelon (aussi appelée fonction de Heaviside). Elle donne des indications sur le comportement du système à différentes échelles de temps.

D'après la norme IEC 60853 (décrite notamment dans [6]), la réponse en température θ du

câble à un échelon de pertes linéiques d'amplitude W (donc de la forme $W^S(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ W & t > 0 \end{cases}$)

peut s'exprimer sous la forme :

$$\theta(t) - \theta_{amb} = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \theta_c(t) + \alpha(t)\theta_e(t) & t > 0 \end{cases}$$

avec :

- θ_{amb} la température ambiante,
- θ_c l'élévation transitoire de température du conducteur par rapport à la surface extérieure du câble,
- θ_e l'élévation transitoire de la température de la surface du câble par rapport à la température ambiante,
- α le facteur d'approche.

Il faut garder à l'esprit qu'il y a un couplage électrothermique bilatéral : la température dépend des effets Joule, et la puissance Joule dépend de la température (par la conductivité électrique).

Pour calculer l'élévation transitoire de température en surface θ_s , on réduit le câble à un circuit thermique RC à 2 cellules, incluant 2 résistances thermiques équivalentes T_A et T_B ainsi que 2 capacités thermiques Q_A et Q_B (en J/K).

On peut calculer θ_c , α et θ_e comme suit :

$$\theta_c(t) = W \times (T_a(1 - e^{-at}) + T_b(1 - e^{-bt}))$$

$$\alpha(t) = \frac{T_a(1 - e^{-at}) + T_b(1 - e^{-bt})}{T_A + T_B}$$

$$\theta_e(t) = W \times (1 + \lambda_1 + \lambda_2) \frac{\rho_e}{4\pi} \left(-Ei \left(\frac{-D_e^2}{16\delta \times t} \right) + Ei \left(\frac{-L_c^2}{\delta \times t} \right) \right)$$

où :

- ρ_e est la résistivité thermique du sol en Km/W ,
- δ sa diffusivité thermique en m^2/s ,
- L_c la profondeur d'enterrement du câble en m ,
- D_e le diamètre extérieur du câble en m ,
- Ei la fonction exponentielle intégrale (définie par : $Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$),
- $a = -x_2$, $b = -x_1$, $T_a = -T_{x_2}$, $T_b = -T_{x_1}$ (en K/W)
- $x_1 = -\frac{M_0}{N_0} + \frac{\sqrt{M_0^2 - N_0}}{N_0}$
- $x_2 = -\frac{M_0}{N_0} - \frac{\sqrt{M_0^2 - N_0}}{N_0}$
- $T_{x_1} = \frac{\frac{1}{Q_A} + (T_A + T_B)x_2}{x_1 - x_2}$
- $T_{x_2} = \frac{\frac{1}{Q_A} + (T_A + T_B)x_1}{x_1 - x_2}$
- $2M_0 = Q_A(T_A + T_B) + Q_B T_B$
- $N_0 = Q_A Q_B T_A T_B$
- λ_1 et λ_2 sont des facteurs de perte (sans unité).

La réponse indicielle θ^S s'écrit légèrement différemment (elle ne dépend pas de l'amplitude de l'entrée) :

$$\theta^S(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \frac{\theta(t) - \theta_{amb}}{W} = \frac{\theta_c(t)}{W} + \alpha(t) \frac{\theta_e(t)}{W} = \theta_c^S(t) + \alpha(t)\theta_e^S(t) & t > 0 \end{cases}$$

avec, évidemment,

$$\theta_c^S(t) = T_a(1 - e^{-at}) + T_b(1 - e^{-bt})$$

et

$$\theta_e^S(t) = \frac{\rho_e}{4\pi} \left(-Ei \left(\frac{-D_e^2}{16\delta \times t} \right) + Ei \left(\frac{-L_c^2}{\delta \times t} \right) \right)$$

La convergence vers une asymptote est plutôt lente, comme on peut le voir en Figure 3.4 et 3.5. Cela conforte donc plutôt l'idée que sur des périodes courtes (de l'ordre de l'heure, voire moins longues), il serait possible de solliciter le câble bien plus que ce pour quoi il est spécifié en régime permanent.

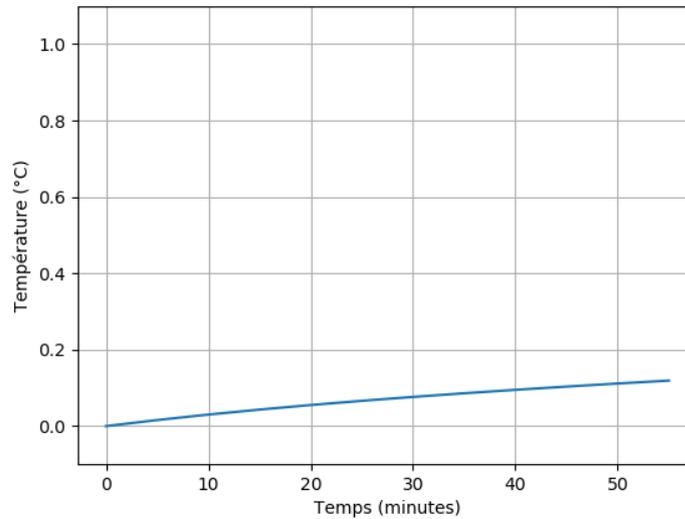


FIGURE 3.4 – Réponse en température à un échelon unitaire de puissance (soit $W(t) = 1W/m$, ce qui donne l'allure de θ^S en $^{\circ}C$), sur une durée d'une heure.

La méthode pour arriver à ce modèle est décrite dans [6].

Le câble est modélisé comme cylindrique, enterré dans un milieu semi-infini (le sol) à une profondeur L_c . La surface du sol, en interface avec l'eau de mer, est supposée isotherme. Pour arriver à ce résultat, la méthode des images est utilisée dans [6] : au lieu de séparer l'espace en 2 portions semi-infinies, on va se placer dans un espace infini et y créer une anti-symétrie. Pour cela, le câble est modélisé comme une source de chaleur de puissance W à une distance L_c d'une surface (A) correspondant à l'interface sol/eau, et on introduit un puits thermique de puissance $-W$ et positionnée de manière à être la symétrique du câble par rapport à (A) .

Cela fonctionne car le système thermique est considéré comme invariant (ne change pas au cours du temps) et linéaire (régi par des équations différentielles linéaires).

Les hypothèses données pour la méthode des images permettent de poursuivre avec une sollicitation variable.

Principe de superposition

Le principe de superposition est l'effet direct de la linéarité et de l'invariance du système : il dit que la réponse à une somme de sollicitations est égale à la somme des réponses à chacune des sollicitations.

Cela nous permet par exemple, à partir de la réponse indicelle définie plus haut, de déterminer la réponse à une sollicitation en forme de fonction porte (fonction indicatrice d'un intervalle).

En prenant une telle sollicitation W^D d'amplitude W et de durée T :

$$W^D(t) = \begin{cases} W & 0 < t \leq T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ = W^S(t) - W^S(t - T)$$

La réponse en température du câble est la suivante :

$$\theta(t) - \theta_{amb} = W \times (\theta^S(t) - \theta^S(t - T))$$

En définissant θ^D comme la réponse à une sollicitation en forme de porte unitaire, c'est-à-dire de durée T et d'amplitude 1, soit :

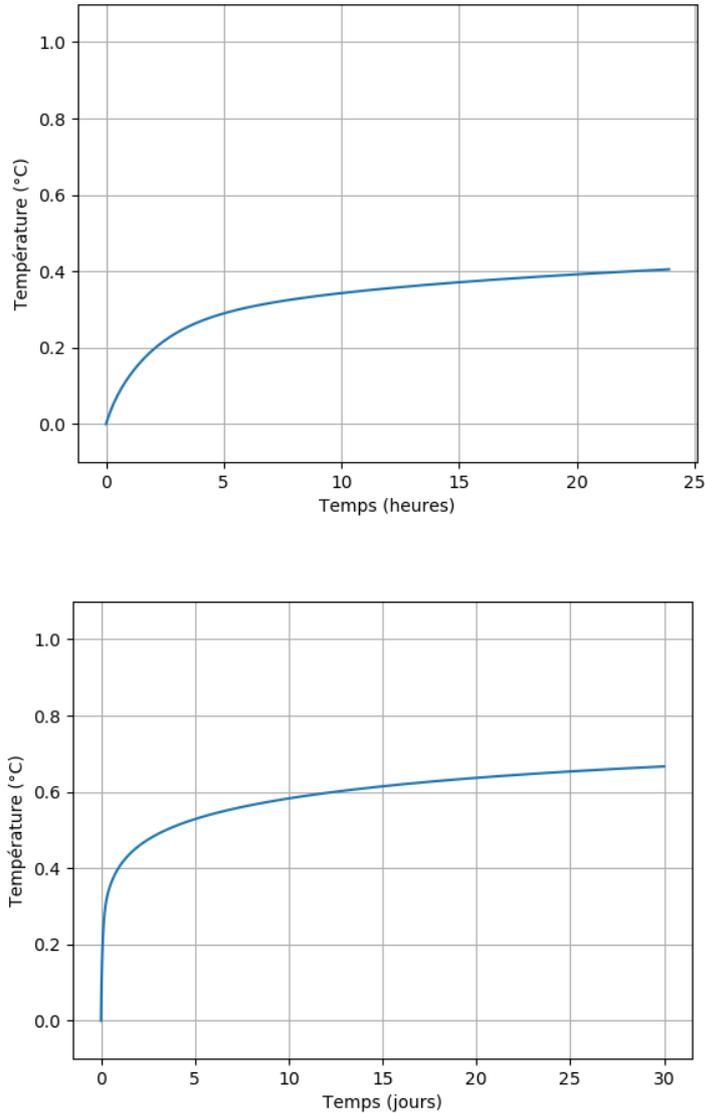


FIGURE 3.5 – Réponse en température à un échelon unitaire de puissance, sur une durée d’1 puis 30 jours

$$\theta^D(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \theta_c^S(t) + \alpha(t)\theta_e^S(t) & 0 < t \leq T \\ \theta_c^S(t) + \alpha(t)\theta_e^S(t) - \theta_c^S(t-T) + \alpha(t-T)\theta_e^S(t-T) & T < t \end{cases}$$

et alors

$$\theta(t) - \theta_{amb} = W \times \theta^D(t)$$

On peut bien sûr continuer cela pour des sollicitations encore différentes. Dans le cas qui nous intéresse, on considère que la puissance qui transite dans le câble est constante par morceaux (par pas de temps de 15 minutes, une conséquence du marché de l’énergie). En un quart d’heure, l’approximation est faite que la température n’a pas le temps de changer suffisamment pour que la résistance électrique du câble change. Cela suffit pour considérer les pertes Joule constantes par pas de 15 minutes.

On peut donc fixer $T = 15min = 900s$ et définir la sollicitation variable W^V comme suit :

$$W^V(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} W_k D(t - kT)$$

avec $(W_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ les différentes valeurs prises et D la fonction porte adaptée :

$$D(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Alors, la réponse en température est la suivante :

$$\theta(t) - \theta_{amb} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} W_k \theta^D(t - kT)$$

Implémentation

Ce modèle, avec le principe de superposition, a été implémenté en MATLAB avant mon stage [1]. Il est en réalité plus complexe que ce qui est présenté ici, avec par exemple les valeurs de λ_1 et λ_2 qui changent avec le courant et la température. Les subtilités apportées ne sont cependant pas très importantes pour comprendre le modèle et son utilisation, mais on peut voir que cela complique déjà l'écriture :

$$\theta(t) - \theta_{amb} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} W_k \theta^D(t - kT, I_k, \theta(kT))$$

I_k étant la valeur du courant dans le câble au pas de temps k .

J'ai transcrit ce modèle en Python tout en vérifiant la similarité des résultats MATLAB, ce qui m'a permis d'utiliser Python pour le reste du stage sans complexifier le couplage des différents outils. Python est sensiblement plus rapide que MATLAB en ce qui concerne les calculs effectués, que ce soit pour les simulations ou des calculs de loi de commande, or c'est un point crucial de mon stage.

Propriétés

Ce modèle a les propriétés suivantes, en notant N le nombre de pas de temps considérés :

- Le câble (sa géométrie, les matériaux utilisés...) doit être bien connu pour avoir de bonnes prédictions.
- Le vecteur d'état est potentiellement très grand (de dimension au moins N).
- Les pertes Joule apparaissent directement dans la formulation.
- L'évaluation de la température peut être relativement lente : elle a un coût calculatoire en $O(N^2)$.

3.4.2 Modèle LLT – *Local Linear Trend*

Ce modèle, d'abord décrit de manière générique dans [10], est adapté pour la prévision de température de câble dans [9].

Il s'agit d'une régression linéaire sur fonction affine (*linear trend*) dans laquelle les valeurs passées ont été "oubliées" de manière exponentielle (*local*) avec un facteur λ . C'est un modèle de comportement, qui ne se base pas sur la connaissance de la physique sous-jacente.

Pour prédire la valeur de l'échantillon au pas de temps $N + j$, en connaissant la valeur des échantillons jusqu'au pas de temps N , on a :

$$Y_{N+j} = f^T(j)\theta_N + \varepsilon_{N+j|N}$$

avec :

- $f(j) = \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$ le vecteur des régresseurs
- θ_N les paramètres estimés connaissant les Y_k pour $k \leq N$
- $\varepsilon_{N+j|N}$ l'erreur de prévision

ce qui au passage nous donne la prévision :

$$\hat{Y}_{N+j|N} = f^T(j)\theta_N$$

Les paramètres θ_N sont estimés de la façon suivante :

$$\hat{\theta}_N = F_N^{-1}h_N$$

avec

$$F_N = \sum_{j=0}^{N-1} \lambda^j f(-j)f(-j)^T$$

$$h_N = \sum_{j=0}^{N-1} \lambda^j f(-j)Y_{N-j}$$

Lorsqu'on dispose de nouvelles données (Y_{N+1}), il est possible de mettre à jour les paramètres du modèle de la façon suivante :

$$\hat{\theta}_{N+1} = F_{N+1}^{-1}h_{N+1}$$

avec

$$F_{N+1} = F_N + \lambda^N f(-N)f(-N)^T$$

$$h_{N+1} = \lambda L^{-1}h_N + f(0)Y_{N+1}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

la matrice décrivant le passage de $f(j)$ à $f(j+1)$

On peut montrer que $F_N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} F$, et on obtient le résultat stationnaire suivant pour N assez grand :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{N+1} &= L^T \hat{\theta}_N + F^{-1}f(0)[Y_{N+1} - \hat{Y}_{N+1|N}] \\ &= L^T \hat{\theta}_N + F^{-1}f(0)\varepsilon_{N+1|N} \end{aligned}$$

C'est cette méthode de mise à jour qu'on utilisera par la suite.

Dans [9], le modèle est utilisé uniquement pour effectuer des prévisions d'un pas de temps sur l'autre, c'est-à-dire pour calculer les $Y_{N+1|N}$.

En conséquence, le facteur d'oubli λ est choisi comme celui qui minimise les erreurs de prévision d'un pas de temps sur l'autre :

$$\hat{\lambda} = \arg \min_{\lambda} \sum_{j=0}^{N-1} \varepsilon_{j+1|j}^2$$

Pour estimer la distribution de l'erreur de prévision, on génère des données de température pour 20 jours avec le modèle IEC de référence, elles-même basées sur des données de production fournies par Elia et mises à l'échelle. Ensuite, on applique simplement le modèle LLT, et on calcule l'erreur de prévision à chaque pas de temps (Figure 3.6). On peut ensuite en tirer un histogramme (Figure 3.7).

Ce modèle est relativement performant (avec un écart-type de $0.15^\circ C$) pour évaluer l'évolution de température d'un pas de temps sur l'autre (c'est-à-dire en prenant $j = 1$), tout en ne requérant que 2 informations : celles qui décrivent la fonction affine résultant de la régression linéaire.

Il a également les propriétés suivantes :

- Le câble (sa géométrie, les matériaux utilisés...) n'a pas besoin d'être bien connu : il faut juste disposer de données de températures passées pour trouver la bonne valeur de λ .
- Le vecteur d'état est très réduit (de dimension 2).
- Les pertes Joule n'apparaissent pas dans la formulation.
- L'évaluation de la température à courte échéance est rapide.

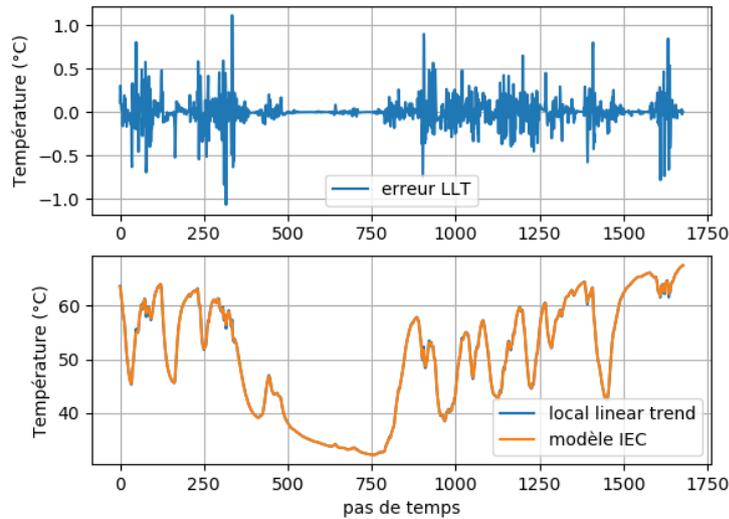


FIGURE 3.6 – Prédiction et son erreur par une *local linear trend*, d'un pas de temps sur l'autre. Données de températures calculées à partir de données de production électrique d'ELIA (gestionnaire belge)

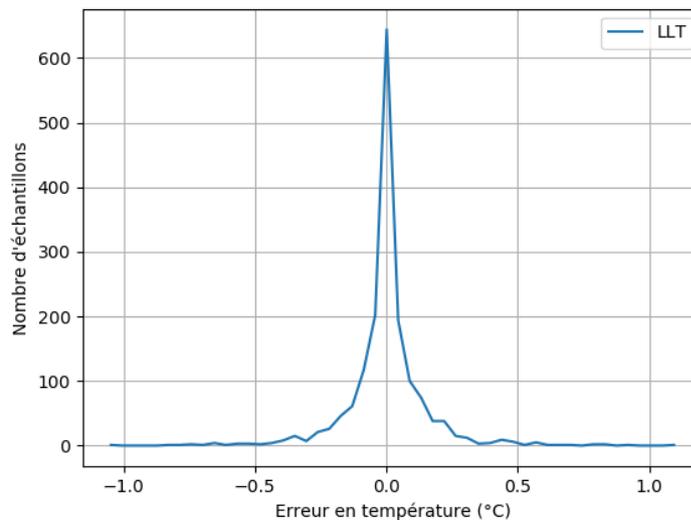


FIGURE 3.7 – Histogramme de l'erreur de prédiction par une *local linear trend*, d'un pas de temps sur l'autre

3.5 Problématique

Sur le système décrit plus haut et à l'aide des différents modèles, on cherche à comparer différentes méthodes de gestion sur les critères de temps de calcul et de performance (coût), appliquées au problème de contrôle défini plus haut.

En résumé, on veut donc comparer ces différentes méthodes, qui devraient :

- gérer un parc éolien marin, associé à un système de stockage
- prendre en compte le sous-dimensionnement du câble d'export du parc, en considérant son inertie thermique
- chercher à minimiser le coût lié à la pénalisation financière des écarts à l'engagement

Parmi ces méthodes, on espère utiliser la SDP, qui a prouvé sa performance sur des problèmes plus "simples" (pas de question d'*over-planting* ni de comportement thermique du câble) [8].

Chapitre 4

Approche de résolution du problème

Ce chapitre présente ce que j'ai réalisé pendant ce stage. Il définit différentes méthodes de gestion de la ferme éolienne et de son stockage, qui sont ensuite comparées.

Ces méthodes sont de différents ordres de complexité : on va chercher à déterminer si, et à quel point, les méthodes les plus élaborées donnent de meilleurs résultats. On veut également mesurer l'éventuelle pénalité en temps de calcul apportée par la complexification des méthodes.

Sommaire

4.1	Contrainte en puissance sur le câble d'export	23
4.1.1	Intégration de la contrainte avec la SDP	23
4.1.2	Application	24
4.2	Contrainte en température	26
4.2.1	Nécessité d'un nouveau modèle thermique	26
4.2.2	Modèle LLTX – LLT avec variable eXogène	26
4.2.3	Modèle RC3 – RC ladder à 3 cellules	30
4.3	SDP sur GPU	33
4.3.1	Intérêt	33
4.3.2	Implémentation	35
4.4	Heuristiques de gestion pour comparaison	35
4.4.1	Pas de limite	35
4.4.2	Limite en puissance	35
4.4.3	Limite en température	36
4.5	Comparaison des stratégies de gestion	36
4.5.1	Discretisation de l'espace d'état et temps de calcul	36
4.5.2	Performance et problèmes des stratégies sans limite	37
4.5.3	Performance des stratégies avec limite fixe en puissance	38
4.5.4	Performance des stratégies avec limite en température	39
4.5.5	Comparaison des limites en puissance et en température	39
4.5.6	Meilleure stratégie	40

4.1 Contrainte en puissance sur le câble d'export

On cherche ici simplement à majorer la puissance qui transite dans le câble P_{grid} , notamment à des fins de comparaison avec d'autres stratégies. On va également utiliser par la suite la méthode développée ici pour limiter la température du câble, en utilisant des modèles thermiques et leurs inverses.

4.1.1 Intégration de la contrainte avec la SDP

Dans sa formulation de base, le problème de gestion de la ferme éolienne ne se préoccupe que des écarts :

- P_{mis} l'écart entre l'engagement P_{grid}^* et la puissance éolienne disponible P_{prod} ,
- P_{dev} l'écart entre l'engagement P_{grid}^* et la puissance fournie au réseau P_{grid} ,
- P_{sto} la puissance fournie au stockage : ce n'est pas à proprement parler un écart, mais elle sert à ajuster P_{dev} par rapport à P_{mis} ,
- P_{cur} l'écrêtage, qui a un rôle similaire à P_{sto} et mesure l'écart entre la puissance produite et la puissance qui sera un jour envoyée sur le réseau.

Il manque donc une donnée essentielle, celle qu'on cherche à majorer. Pour l'obtenir, il suffirait de disposer de l'une des deux grandeurs suivantes, puisque c'est la même à un écart –connu– près :

- P_{prod} la puissance éolienne disponible,
- P_{grid}^* l'engagement.

Lors du calcul de la loi de commande avec la SDP (qui a lieu avant l'application de cette loi, et se fait donc sans les données les plus récentes), on n'a pas directement la valeur de P_{prod} , mais elle serait accessible à travers l'engagement P_{grid}^* et l'excès de puissance disponible P_{mis} .

Ainsi, il me semble assez naturel de chercher à injecter P_{grid}^* dans la méthode. Cela peut se faire d'au moins deux manières :

1. en considérant P_{grid}^* comme variable(s) d'état, et à condition d'arriver à définir sa dynamique sous forme d'évolution stochastique (avec un modèle auto-régressif par exemple),
2. en associant à chaque pas de temps k sa valeur d'engagement $P_{grid,k}^*$, ce qui suppose de recalculer une nouvelle loi de commande régulièrement pour l'appliquer dans les heures qui suivent.

La première option semble risquée et moins intéressante : cela force à rajouter une dimension au vecteur d'état du système (ce qui en laisserait moins pour un éventuel modèle thermique), mais surtout cela nous prive de la connaissance de la valeur d'engagement qui est remplacée par un modèle stochastique. On appliquera par la suite la deuxième.

4.1.2 Application

On applique donc la deuxième option, sur un horizon de 30 jours, et en prenant –de manière arbitraire, pour l'exemple– un facteur d'*over-planting* de 1.3 (ce qui signifie que la puissance maximale que peuvent fournir les éoliennes est $1.3 \times$ la puissance nominale du câble d'export).

On utilise les données d'Elia mises à l'échelle du câble pour calculer la loi de gestion puis la simulation. On vérifie que la limite est bien respectée (Figure 4.1), et on regarde la conséquence en terme d'écart à l'engagement (voir Figure 4.2).

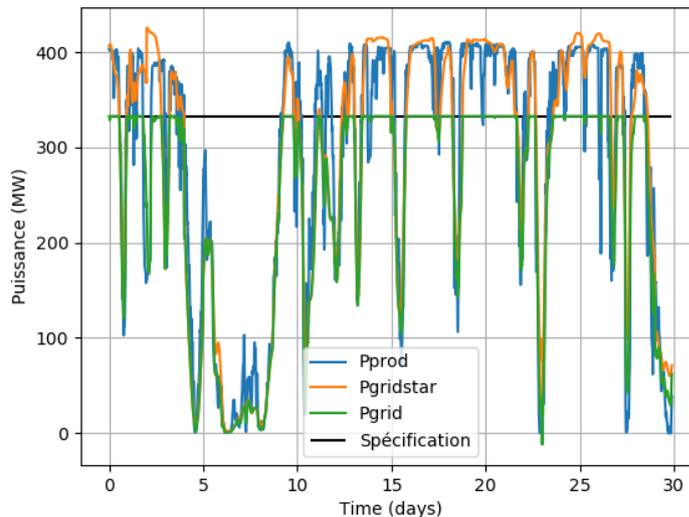


FIGURE 4.1 – Engagement (Pgridstar), production éolienne (Pprod) et puissance fournie au réseau (Pgrid) résultant de l'application d'une limite dure en puissance. Données mises à l'échelle à partir de données de production électrique d'ELIA (gestionnaire belge)

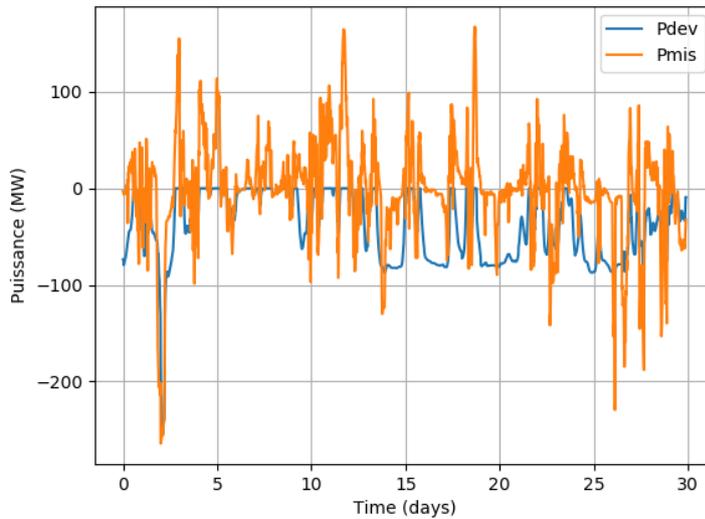


FIGURE 4.2 – Surproduction disponible (P_{mis}) et écart fourni au réseau (P_{dev}) résultant de l'application d'une limite dure en puissance. Données mises à l'échelle à partir de données de production électrique d'ELIA (gestionnaire belge)

Globalement, l'écart P_{dev} entre l'engagement P_{grid}^* et la puissance fournie au réseau P_{grid} est plus faible que l'erreur de prévision P_{mis} sauf dans le cas où la puissance est limitée par le câble : l'écart correspond à un sur-engagement par rapport à la limite du câble.

En s'intéressant à l'évolution de la température, on voit qu'on est encore loin de la limite admissible : le câble reste en-dessous de $80^{\circ}C$, ce qui correspond à plus de $10^{\circ}C$ de marge (voir Figure 4.3).

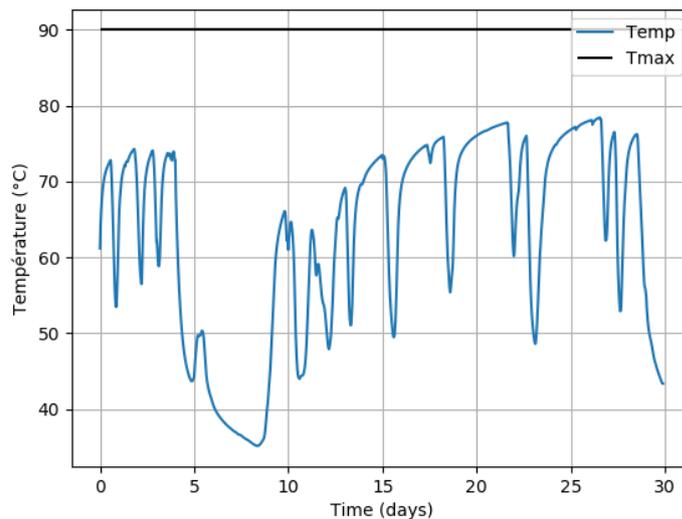


FIGURE 4.3 – Température du câble lorsqu'une limite dure en courant est appliquée, calculée avec le modèle IEC

Ces deux constats motivent la prise en compte de la température, plutôt que la limite nominale de puissance en régime établi.

4.2 Contrainte en température

4.2.1 Nécessité d'un nouveau modèle thermique

Les modèles déjà existants, notamment ceux présentés au chapitre précédent, présentent des caractéristiques qui ne permettent pas de les utiliser dans le cadre de la SDP :

- le modèle IEC est de trop grande dimension : le principe de superposition, utilisé pour calculer la réponse en température du câble, implique un vecteur d'état de dimension au moins égale au nombre de pas de temps considérés (de l'ordre de 3.5×10^7 par an, alors qu'il faut prendre en compte l'influence du passé sur le futur, ce sur plusieurs années)
- le modèle LLT ne prend pas en compte la commande, et n'a donc pas la bonne structure.

Il faut donc proposer un modèle qui a à la fois la bonne structure (une dynamique dépendant de l'état et d'une commande, éventuellement d'une perturbation) et une faible dimension.

De plus, il serait intéressant que le modèle soit facilement inversible, afin que la limite en température soit transposable en limite de puissance instantanée : on pourrait déterminer, pour un pas de temps donné, la puissance maximale à injecter pendant le pas de temps pour ne pas dépasser la température limite.

4.2.2 Modèle LLTX – LLT avec variable eXogène

Le premier modèle que j'ai envisagé pour répondre à la problématique est dérivé du modèle LLT.

LLT : limites

Pour rappel, et comme décrit plus haut, ce modèle fournit des prévisions \hat{Y} de la manière suivante :

$$\hat{Y}_{N+j|N} = f^T(j)\theta_N$$

Son vecteur de paramètres θ_N est mis à jour comme suit, lorsqu'on reçoit de nouvelles données :

$$\hat{\theta}_{N+1} = L^T \hat{\theta}_N + F^{-1} f(0) \varepsilon_{N+1|N}$$

Ce modèle satisfait certaines exigences : il est de "petite dimension" (son vecteur d'état est de dimension 2), il commet des erreurs "faibles" (de l'ordre de moins de $1^\circ C$) et on peut estimer une distribution de ces erreurs.

Son défaut, dans un cadre de contrôle optimal, est qu'il ne prend jamais en compte le courant qu'on injecte dans le câble et qui est à l'origine des variations de température. Autrement dit, il manque la commande.

Contribution : variable exogène

J'ai tenté d'intégrer la commande (le courant dans le câble) au modèle LLT en lui rajoutant une variable exogène, ce que j'abrège en LLTX (LLT + eXogenous).

En regardant le profil de l'erreur de prévision, et les pas de temps où l'erreur est la plus forte, on peut voir qu'elle est surtout occasionnée par des (ou lors de) "changements de trajectoire" de la température. Ces changements de trajectoire correspondent quant à eux à des variations de l'intensité du courant qui passe dans le câble (Figure 4.4).

Si on considère la physique pour expliquer ce comportement, on se rappelle que la source de chaleur dans le câble W (des pertes Joule) a la forme $W = RI^2$, avec R la résistance électrique du câble et I l'intensité du courant. I est la commande, et R une donnée qui dépend un peu de la température (sa valeur peut varier de presque 30%).

Pour simplifier, et en espérant que cela n'impacte pas trop les prévisions, on peut imaginer un terme correctif au modèle *local linear trend* qui se baserait sur la grandeur $\gamma \times I^2$, avec γ un coefficient à déterminer. Pour que ce terme corrige avant tout les changements de trajectoire, il faut rendre compte du changement de la puissance des pertes Joule. On peut le faire en prenant la forme : $c_{k+1} = \gamma \times (I_k^2 - I_{k-1}^2)$.

On note la relation :

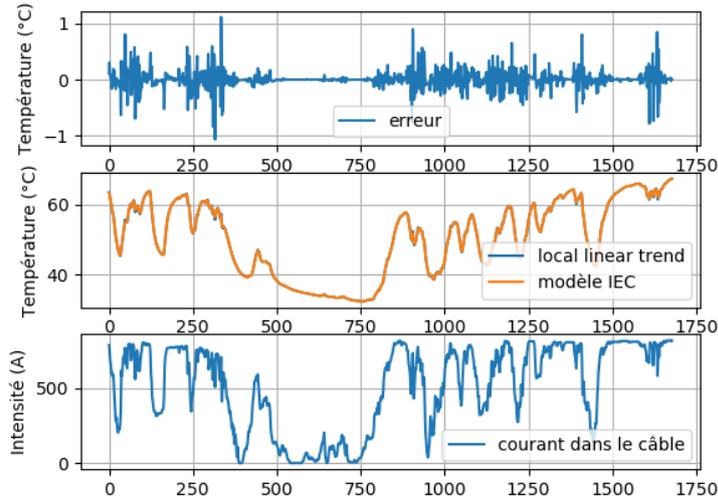


FIGURE 4.4 – Prédiction par une *local linear trend* d'un pas de temps sur l'autre, ainsi que l'erreur associée et le courant à l'origine des changements de température

$$Y_{N+1} = f^T(1)\theta_N + \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2) + \varepsilon_{N+1|I,N}$$

Ainsi que la prédiction :

$$\hat{Y}_{N+1|I,N} = f^T(1)\theta_N + \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2)$$

L'erreur résiduelle est telle que $\varepsilon_{N+1|I,N} = \varepsilon_{N+1|N} - \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2)$. Si le raisonnement décrit plus haut est valide, elle devrait être faible. On peut déterminer le coefficient γ qui minimise la norme 2 de cette erreur résiduelle sur un intervalle de temps $\{0 \dots K\}$ donné : c'est le coefficient qui rend $(\varepsilon_{k+1|I,k})_{0 < k < K}$ (le vecteur d'erreur résiduelle) orthogonale à $(I_k^2 - I_{k-1}^2)_{0 < k < K}$ (le vecteur du terme correctif).

Cela nous permet d'estimer une valeur de γ , si l'on dispose de suffisamment de données "passées" (K assez grand pour être représentatif) :

$$\gamma = \frac{\langle (\varepsilon_{k+1|I,k})_{0 < k < K}, (I_k^2 - I_{k-1}^2)_{0 < k < K} \rangle_2}{\|(I_k^2 - I_{k-1}^2)_{0 < k < K}\|_2^2}$$

avec, pour rappel, $(\varepsilon_{k+1|I,k})_{0 < k < K}$ l'erreur commise par le modèle LLT *sans* variable exogène. Pour mettre à jour les paramètres θ_N du modèle, on va procéder comme avec le modèle LLT :

$$\hat{\theta}_{N+1} = L^T \hat{\theta}_N + F^{-1} f(0) \varepsilon_{N+1|N}$$

Ici, $\varepsilon_{N+1|N}$ représente l'erreur commise par le modèle LLT (et non LLTX). Pour revenir à l'erreur de prédiction du modèle LLTX, on se rappelle que :

$$\varepsilon_{N+1|I,N} = \varepsilon_{N+1|N} - \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2)$$

Et donc, les paramètres sont mis à jour comme suit :

$$\hat{\theta}_{N+1} = L^T \hat{\theta}_N + F^{-1} f(0) (\varepsilon_{N+1|I,N} + \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2))$$

Sur le jeu de données utilisé pour le modèle LLT, et pour comparaison, cela donne les résultats en Figure 4.5.

On voit que, pour ce cas d'application, on a une meilleure prédiction, avec une erreur plus faible (d'écart-type $0.05^\circ C$, voir également Figure 4.6).

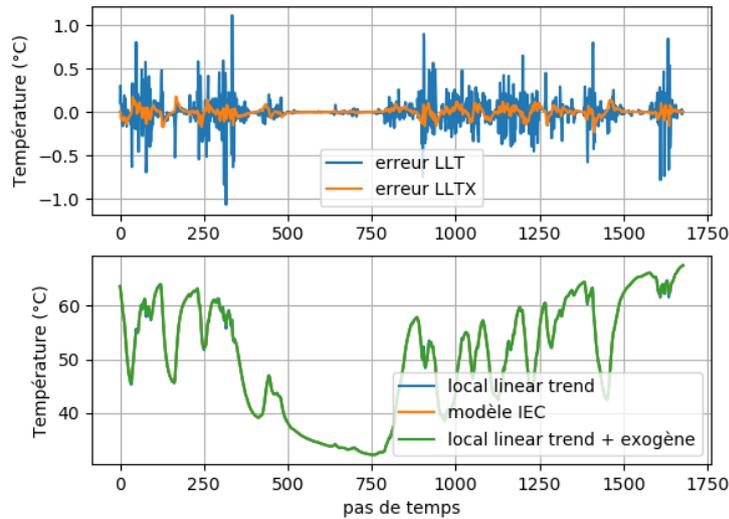


FIGURE 4.5 – Prédiction par une *local linear trend* d'un pas de temps sur l'autre, sans et avec la variable exogène proposée. Les courbes de température sont quasiment superposées, les courbes d'erreur expliquent cela par des écarts très faibles.

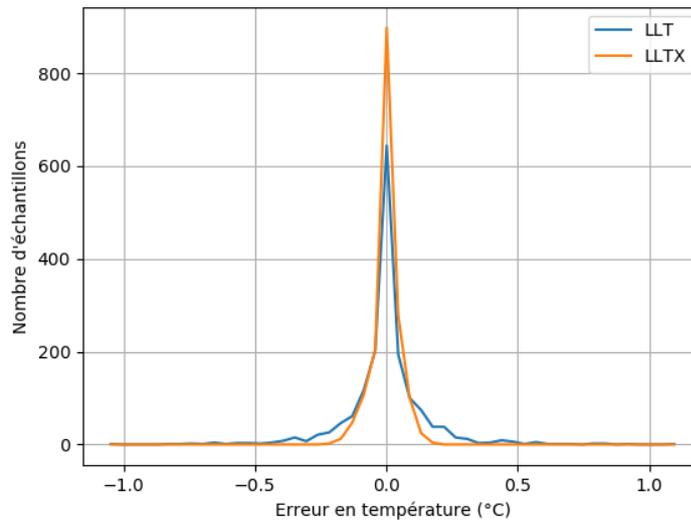


FIGURE 4.6 – Histogramme de l'erreur de prédiction sans et avec la variable exogène proposée

Inversion du modèle

On peut inverser le modèle, c'est-à-dire qu'on peut retrouver le terme correctif nécessaire pour atteindre une certaine température en un pas de temps (évidemment à une erreur près, mais dont on sait qu'elle reste faible –cf l'histogramme Figure 4.6). Ensuite, on peut déduire de ce terme le courant associé, et de là trouver la puissance qui devrait transiter dans le câble.

En inversant le modèle avec la température maximale, on obtient la puissance maximale qu'on peut injecter dans le câble au pas de temps voulu. Cela ne donne pas d'information sur ce qui se passe plus loin dans le futur, mais permet à chaque instant de ne pas dépasser la température admissible du câble θ_{max} .

Si on reprend la forme de la prédiction :

$$\hat{Y}_{N+1|I,N} = f^T(1)\theta_N + \gamma \times (I_N^2 - I_{N-1}^2)$$

$\hat{Y}_{N+1|I,N}$ représente l'estimation de la température du câble à l'instant suivant, et on cherche I_N en fonction de (θ_N, I_{N-1}) , tel que $\hat{Y}_{N+1|I,N} \leq \theta_{max}$.

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{N+1|I,N} = \theta_{max} &\iff f^T(1)\theta_N + \gamma \times (I_{N,max}^2 - I_{N-1}^2) = \theta_{max} \\ \Rightarrow \gamma \times I_{N,max}^2 &= \gamma \times I_{N-1}^2 + \theta_{max} - f^T(1)\theta_N \\ \Rightarrow I_{N,max}^2 &= I_{N-1}^2 + \frac{1}{\gamma} (\theta_{max} - f^T(1)\theta_N)\end{aligned}$$

Comme on ne considère que des puissances positives, et donc des courants positifs :

$$I_{N,max} = \sqrt{I_{N-1}^2 + \frac{1}{\gamma} (\theta_{max} - f^T(1)\theta_N)}$$

Donc, pour un état donné (θ_N, I_{N-1}) , on majore la valeur de I_N par $I_{N,max}$.

En terme de puissance, on majore la valeur de $P_{grid}(t_N)$ par $P_{grid,max}(t_n) = 3UI_{N,max}^2$.

Utilisation avec la SDP

Pour utiliser le modèle avec la SDP, on va inclure ses paramètres (θ_k, I_{k-1}) dans le vecteur d'état x_k , ce qui le porte à 5 dimensions.

On inclut l'étape de prévision et de mise à jour dans la dynamique f , et on se sert de l'inversion du modèle pour associer à chaque état x_k une puissance admissible qui n'entraîne pas une prévision de température supérieure à θ_{max} .

Malheureusement, je n'ai pas obtenu de résultat concluant avec ce modèle : les puissances obtenues sont bien trop bruitées (voir Figure 4.7 et Figure 4.8) et la puissance échangée avec le stockage reste nulle la majorité du temps.

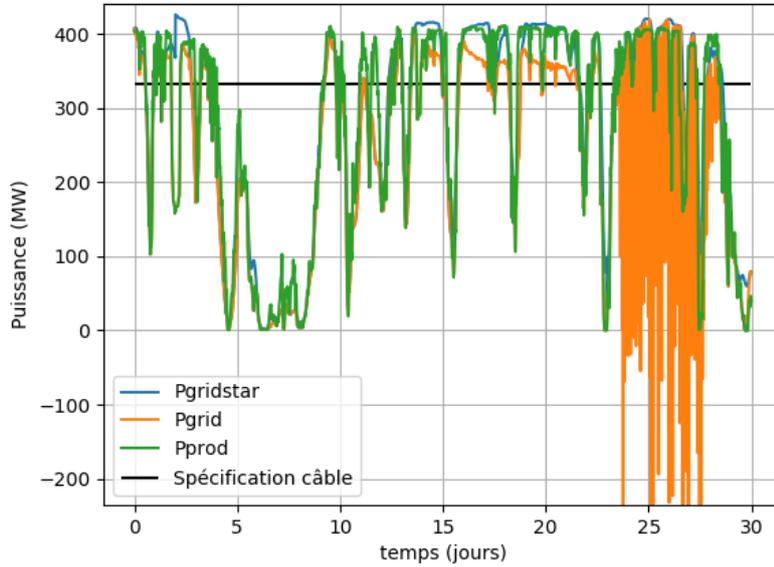


FIGURE 4.7 – Engagement (Pgridstar), production éolienne (Pprod) et puissance fournie au réseau (Pgrid) résultant de l'application d'une limite en température. Données mises à l'échelle à partir de données de production électrique d'ELIA (gestionnaire belge)

Je n'ai pas réussi à déterminer si ce résultat était dû exclusivement au modèle ou à une éventuelle erreur dans mon implémentation.

Cela dit, on peut émettre une hypothèse quant à une source du problème : le modèle LLTX a été construit pour avoir une bonne précision à très court terme (précisément à un pas de temps), mais son comportement à plus long terme est indéterminé. En somme, comme la SDP est conçue pour prendre en compte les comportements et coûts futurs, donner une mauvaise image (à travers un "mauvais" modèle) du comportement du système donne une mauvaise estimation des coûts et potentiellement une mauvaise décision.

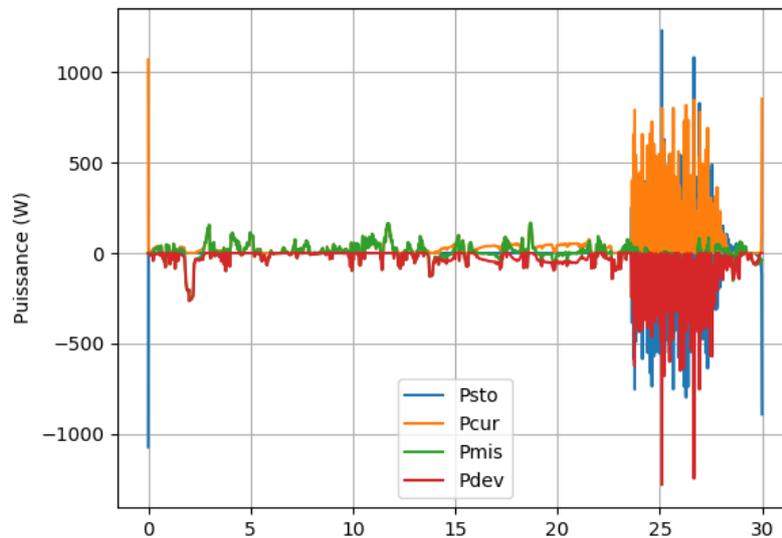


FIGURE 4.8 – Surproduction disponible (P_{mis}) et écart fourni au réseau (P_{dev}) résultant de l’application d’une limite en température. On a également les profils de commande P_{sto} (la puissance échangée avec le stockage) et P_{cur} (écrêtage). Données mises à l’échelle à partir de données de production électrique d’ELIA (gestionnaire belge)

Selon toute probabilité, le modèle est en cause, puisque celui que j’ai considéré ensuite (RC3) donne des résultats intéressants.

4.2.3 Modèle RC3 – RC ladder à 3 cellules

Ce modèle est une interprétation physique simpliste du comportement thermique du câble. Il est constitué de cellules RC (une cellule comprenant une Résistance et une Capacité), ici au nombre de 3.

Contrairement au modèle LLTX, on va ici chercher à avoir à la fois une précision significative à court terme mais aussi à approcher le comportement à long terme du système.

Description du modèle

On peut utiliser une représentation schématique pour décrire ce modèle RC (Figure 4.9).

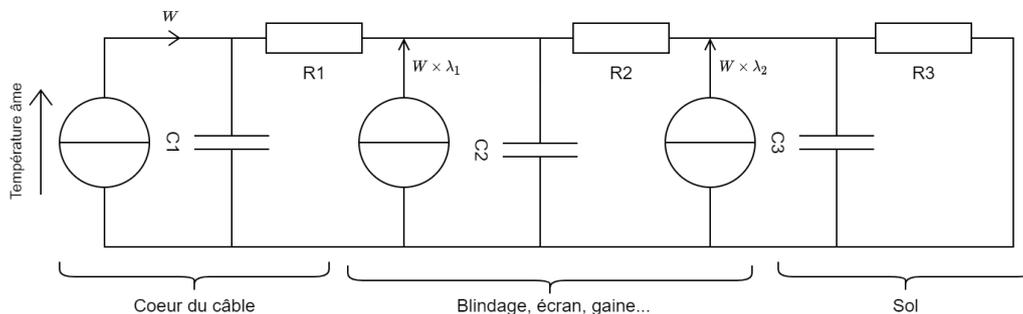


FIGURE 4.9 – Modèle RC de température du câble, représentant (à gauche) la température de l’âme relative à la température ambiante. On peut voir 3 capacités, 3 résistances, 3 sources de flux.

Les grandeurs sont les suivantes :

- R_i les résistances thermiques
- C_i les capacités thermiques
- W les pertes Joule dans l’âme du câble
- λ_1 le facteur de pertes reliant les pertes dans l’âme aux pertes dans les écrans

— λ_2 le facteur de pertes reliant les pertes dans l'âme aux pertes dans l'armure du câble
 λ_1 , facteur de pertes reliant les pertes dans l'âme aux pertes dans l'écran, n'apparaît pas directement :

En notant θ_i la température de la cellule i (associée à la capacité C_i) cette représentation est équivalente au système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} = W - \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1} \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} = W \times \lambda_1 + \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1} - \frac{\theta_2 - \theta_3}{R_2} \\ C_3 \frac{d\theta_3}{dt} = W \times \lambda_2 + \frac{\theta_2 - \theta_3}{R_2} - \frac{\theta_3}{R_3} \end{cases}$$

On peut l'écrire sous forme matricielle :

$$\frac{d\theta}{dt} = D \cdot (A \cdot \theta + W \times B)$$

avec :

$$\begin{aligned} - D_{ij} &= \frac{\delta_{ij}}{C_i} \\ - A &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1} & & 0 \\ \frac{1}{R_1} & -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{R_2} \\ 0 & \frac{1}{R_2} & -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \end{pmatrix} \\ - B &= \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

W étant considéré constant sur une durée d'un pas de temps, on peut obtenir une évaluation numérique précise, à travers la résolution analytique de l'EDO. en notant θ_k le vecteur de température au pas de temps k , et Δt la durée du pas de temps, on a :

$$\theta_{k+1} = e^{\Delta t \times D \cdot A} \cdot (\theta_k + W \times A^{-1} \cdot B) - W \times A^{-1} \cdot B$$

Au passage, on peut remarquer que le modèle IEC (la norme, qui nous sert de référence) est en partie basé sur un modèle RC à 2 cellules. À la place de la troisième cellule, c'est le résultat de l'EDP de diffusion de la chaleur qui est introduit, et c'est cette dernière partie qui posait problème pour l'intégration dans la SDP.

Cela peut nous aider pour le choix des valeurs des R_i et C_i : pour $i = 1, 2$, on prend tout simplement les mêmes valeurs. Pour R_3 , qui représente la résistance thermique du sol, on prend la valeur qui est calculée comme variable intermédiaire dans le modèle IEC (pour connaître l'effet des pertes Joule dans l'isolant). Enfin, pour C_3 , la capacité thermique du sol autour du câble, on n'a pas de valeur toute prête : on peut en revanche estimer une valeur à partir de la diffusivité thermique du sol.

Le modèle a donc les propriétés suivantes, par construction :

- il se comporte à court terme (2h) comme le modèle de référence, grâce aux 2 premières cellules RC
- il se comporte à très long terme (1 an ou plus) comme le modèle de référence, grâce aux valeurs de R
- il a la bonne structure pour être utilisé avec la SDP : il a un vecteur d'état de dimension faible (3) et une variable de commande (W).

En revanche, si on trace par exemple sa réponse indicielle (Figure 4.10), on se rend compte qu'à moyen voire long terme (entre 3h et quelques mois), l'écart à la référence est conséquente (jusqu'à une douzaine de degrés Celsius).

Si on espère l'utiliser pour faire des prévisions utiles, il faut être capable d'apporter des corrections à l'état du modèle.

Si on dispose d'une valeur de température fiable $\theta_{truth,k}$ (issue du modèle de référence, ou de remontées de capteurs par exemple) correspondant à la température de l'âme $\theta_{k,1}$, on peut définir l'erreur de prévision au pas de temps k comme suit :

$$\varepsilon_k := \theta_{truth,k} - \hat{\theta}_{k,1}$$

soit l'écart entre la "vraie" valeur et la valeur associée à la première cellule RC. Ici, $\hat{\theta}_k$ représente la prévision par le modèle RC d'un pas de temps sur l'autre, tandis que θ_k va représenter la valeur corrigée.

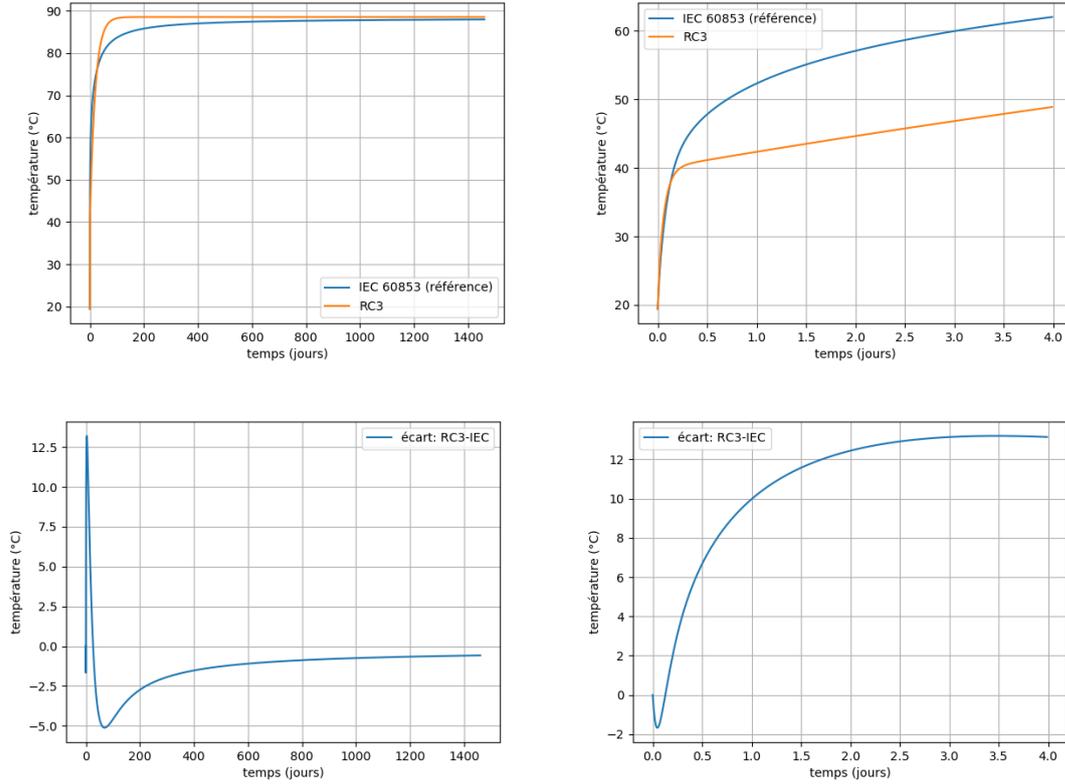


FIGURE 4.10 – Réponse indicielle du modèle RC3, comparée à la réponse indicielle de référence (en haut), et valeur de la différence (en bas). Pour 4 ans (à gauche) et 4 jours (à droite).

L'erreur de prévision, si le modèle est bien calibré, ne devrait provenir que de la modélisation du sol. On peut donc faire remonter l'erreur à chacune des cellules :

$$\theta_{k,i} := \hat{\theta}_{k,i} + \varepsilon_k, i = 1, 2, 3$$

Le modèle étant défini, on peut maintenant estimer la distribution de l'erreur commise d'un pas de temps sur l'autre. Pour cela, comme avec le modèle LLT(X), on génère un profil de température avec le modèle IEC de référence et des données d'engagement d'Elia.

Inversion du modèle

De même que pour le modèle LLTX, on peut inverser le modèle pour obtenir à chaque instant la puissance maximale qu'il est possible d'injecter dans le câble pour un pas de temps.

La procédure est sensiblement la même : on cherche I_k tel que $\theta_{k+1,1} \leq \theta_{max}$.

Avec $S = (1, 0, 0)^T$:

$$\theta_{k+1,1} = \theta_{max} \iff \langle e^{\Delta t \times D \cdot A} \cdot (\theta_k + W \times A^{-1} \cdot B) - W \times A^{-1} \cdot B, S \rangle = \theta_{max}$$

Comme les pertes Joules sont définies comme $W = 3RI^2$:

$$\langle e^{\Delta t \times D \cdot A} \cdot (\theta_k + 3RI_{k,max}^2 \times A^{-1} \cdot B) - 3RI_{k,max}^2 \times A^{-1} \cdot B, S \rangle = \theta_{max}$$

$$\iff \langle e^{\Delta t \times D \cdot A} \cdot \theta_k + 3RI_{k,max}^2 \times (e^{\Delta t \times D \cdot A} - \mathbb{I}_3) \cdot A^{-1} \cdot B, S \rangle = \theta_{max}$$

$$\iff 3RI_{k,max}^2 = \frac{\theta_{max} - \langle e^{\Delta t \times D \cdot A} \cdot \theta_k, S \rangle}{\langle (e^{\Delta t \times D \cdot A} - \mathbb{I}_3) \cdot A^{-1} \cdot B, S \rangle}$$

Encore une fois et comme pour le modèle LLTX, pour un état donné θ_k , on majore la valeur de I_k par $I_{k,max}$ ou bien la valeur de $P_{grid}(t_k)$ par $P_{grid,max}(t_k) = 3UI_{k,max}$.

Utilisation avec la SDP

Pour utiliser le modèle avec la SDP, on va inclure ses paramètres $(\theta_{k,i})_{i=1,2,3}$ dans le vecteur d'état x_k , ce qui le porte à 5 dimensions.

On inclut l'étape de prévision et de mise à jour dans la dynamique f , et on se sert de l'inversion du modèle pour associer à chaque état x_k une puissance admissible qui n'entraîne pas une prévision de température supérieure à θ_{max} .

Comme précédemment, on prend de manière arbitraire un facteur d'*over-planting* de 1.3.

On vérifie que la température ne dépasse jamais les $90^\circ C$ spécifiés (Figure 4.11). C'est bien le cas, et on observe aussi que là où la limite dure en puissance restait éloignée de la température admissible, on s'en rapproche maintenant beaucoup plus.

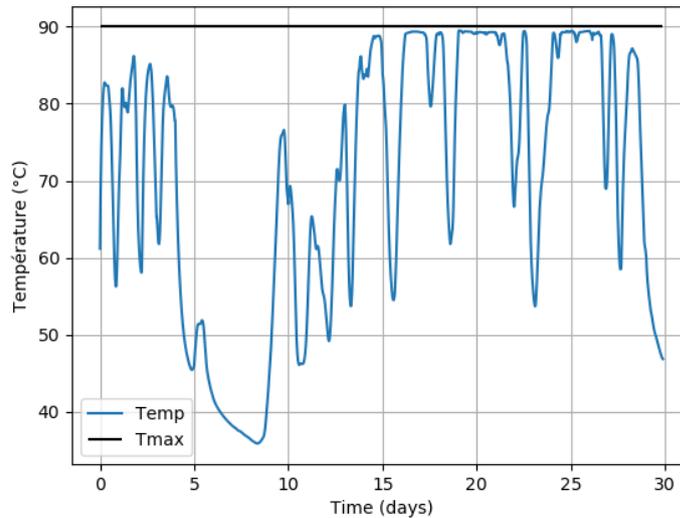


FIGURE 4.11 – Température du câble (simulée avec le modèle IEC) lorsqu'une limite en température est appliquée avec le modèle RC3

On peut constater que les écarts à l'engagement sont globalement plus faibles qu'avec la limite en puissance (Figure 4.12), ce qui se traduit évidemment par une puissance dans le câble maximale plus élevée que sa capacité nominale (Figure 4.13).

On a donc une méthode qui fonctionne pour mieux exploiter le câble que si on ne considérait que sa puissance nominale. Même si on n'a pas de certitude qu'il n'existe pas de meilleur modèle que le RC3 pour cette tâche, c'est lui qu'on va comparer à des méthodes de gestion plus simples.

Au passage, le fait que ce modèle fonctionne –contrairement au LLTX– va dans le sens de l'hypothèse formulée précédemment : pour être efficace avec la SDP, un modèle (qui par définition de la SDP rend compte de l'évolution de l'état d'un pas de temps sur l'autre) doit rendre compte de la dynamique à long terme du système associé.

Un enjeu qui transparait avec la comparaison du modèle RC3 avec des méthodes plus simples est de savoir si un modèle simplifié, qu'on sait inapte à conduire des simulations, peut être utile dans un cadre d'optimisation.

4.3 SDP sur GPU

4.3.1 Intérêt

La SDP, comme on l'a vu au chapitre 3.3, explore un grand nombre de points de l'espace d'état du système pour y effectuer des calculs non-triviaux (recherche d'un minimum, calcul d'intégrales) et ce pour un nombre de pas de temps qui peut lui aussi être grand. Cela demande à chaque fois un certain temps, et il m'est rapidement apparu que pour faire des calculs en un temps raisonnable (pour essayer différents modèles par exemple) il fallait les accélérer autant que possible.

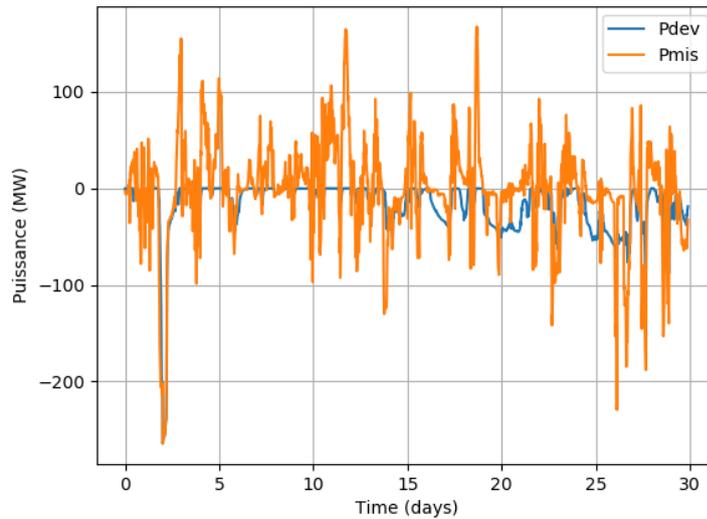


FIGURE 4.12 – Surproduction disponible (P_{mis}) et écart fourni au réseau (P_{dev}) résultant de l’application d’une limite en température. Données mises à l’échelle à partir de données de production électrique d’ELIA (gestionnaire belge)

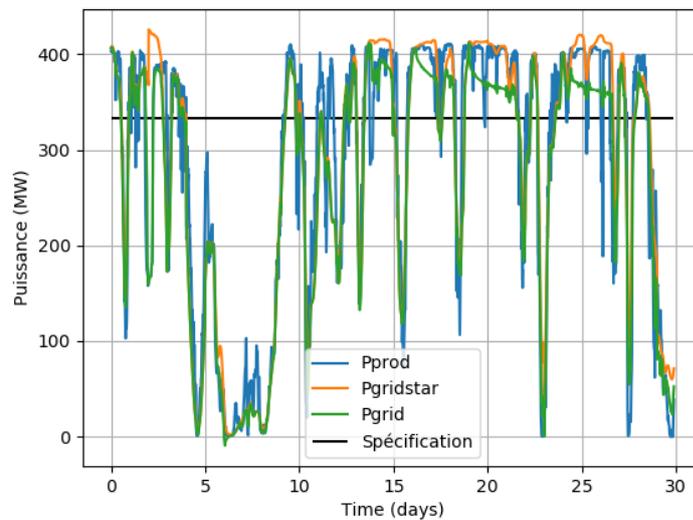


FIGURE 4.13 – Engagement ($P_{gridstar}$), production éolienne (P_{prod}) et puissance fournie au réseau (P_{grid}) résultant de l’application d’une limite en température. Données mises à l’échelle à partir de données de production électrique d’ELIA (gestionnaire belge)

Par chance, la SDP est facilement et massivement parallélisable : à un pas de temps k fixé, l’exploration de chacun des points de l’espace d’état est indépendante de l’exploration des autres. Autrement dit, on peut chercher les $\mu_k(x_k)$ pour plusieurs x_k différents en même temps sans que cela ne pose problème.

Le grand nombre de ces points, et le fait que le travail en chacun d’eux est de même nature, rend la méthode particulièrement adaptée au calcul sur GPU (carte graphique).

4.3.2 Implémentation

Il existe plusieurs moyens d'implémenter du calcul sur GPU, chacun ayant ses limites. Parmi les options considérées, il y a notamment :

- CUDA, probablement la technologie la plus connue et la plus performante : c'est une marque commerciale du fabricant NVIDIA, qui a l'inconvénient de ne fonctionner que sur ses GPUs,
- OpenCL, une technologie concurrente ouverte : elle fonctionne sur tous les GPU et même sur CPU ou encore FPGA, mais dispose d'un peu moins de fonctionnalités,
- les Compute Shaders d'OpenGL ou Vulkan : ce sont des extensions liées à des interfaces de programmation graphiques ouvertes, le code nécessaire me paraît plus simple que celui pour OpenCL.

Mon ordinateur ne disposant pas de carte graphique NVIDIA, la solution CUDA était éliminée. Lors d'un stage précédent, OpenCL m'avait posé quelques problèmes à la mise en place, et j'ai donc commencé par utiliser les Compute Shaders avec OpenGL. Cette solution a moyennement apporté satisfaction, puisque si les gains en temps de calcul étaient sensibles (10 à 100 fois plus rapide que le même programme sur CPU) j'ai rapidement atteint une limite : OpenGL ne garantit pas que les calculs seront effectués si on en demande plus d'un certain nombre en parallèle.

L'implémentation finale est donc réalisée avec OpenCL, et a été utilisée sur mon ordinateur personnel ainsi que sur une machine de calcul nettement plus puissante. Dans les deux cas, le temps de calcul était comparable à celui donné par OpenGL et une rapide estimation a montré que le CPU n'aurait –même théoriquement, avec la meilleure des implémentations– pas été capable de faire les calculs aussi rapidement.

La "glu", c'est-à-dire le code s'occupant de l'enregistrement des fichiers, de l'initialisation du programme OpenCL, de la simulation, de l'affichage... est écrit en Python.

4.4 Heuristiques de gestion pour comparaison

On cherche à déterminer à quel point les lois de gestions obtenues avec la SDP sont plus efficaces que des lois de gestion heuristiques : on va donc définir certaines de ces heuristiques, qui sont conçues de manière à minimiser la fonction coût à chaque instant sans prendre en compte l'avenir (optimisation "myope").

4.4.1 Pas de limite

La première heuristique, et la plus simple, ne cherche pas à respecter de limite en puissance ou en température. Elle a uniquement pour but de minimiser l'écart à l'engagement, dans la limite des possibilités du stockage.

À chaque pas de temps, on applique l'algorithme suivant, en disposant des données d'état E_{sto} (l'énergie stockée) et P_{mis} (la puissance excédentaire disponible) :

$$\begin{aligned}
 P_{sto,max} &\leftarrow (E_{sto,max} - E_{sto})/\Delta t && \triangleright \text{Calcul de la capacité en puissance du stockage} \\
 P_{sto,min} &\leftarrow (E_{sto,min} - E_{sto})/\Delta t \\
 P_{sto} &\leftarrow \max(P_{sto,min}, \min(P_{sto,max}, P_{mis})) && \triangleright \text{Respect de la capacité du stockage} \\
 P_{cur} &\leftarrow \max(0, P_{mis} - P_{sto}) && \triangleright \text{Écrêtage éventuel, si le stockage n'absorbe pas la surproduction}
 \end{aligned}$$

Évidemment, en cas d'*over-planting*, cette loi de gestion ne respecte a priori pas les limite du câble, et ne devrait en aucun cas être mise en oeuvre. Elle sert juste de référence pour avoir une idée de ce qui serait un comportement naïf, en terme de coût et de dépassement des contraintes.

4.4.2 Limite en puissance

Cette heuristique est similaire à la précédente, et va juste prendre en compte une limite en puissance prédéterminée $P_{grid,max}$.

À chaque pas de temps, on applique l'algorithme suivant, en disposant des données d'état E_{sto} et P_{mis} ainsi que de l'engagement P_{grid}^* :

$$\begin{aligned}
 P_{sto,max} &\leftarrow (E_{sto,max} - E_{sto})/\Delta t \\
 P_{sto,min} &\leftarrow (E_{sto,min} - E_{sto})/\Delta t \\
 P_{target} &= \min(P_{grid,max}, P_{grid}^*) && \triangleright \text{Limitation en puissance en définissant la puissance cible} \\
 P_{prod} &= P_{grid}^* + P_{mis} && \triangleright \text{Calcul de la puissance éolienne disponible} \\
 P_{diff} &= P_{prod} - P_{target} && \triangleright \text{Calcul de la surproduction par rapport à la puissance cible}
 \end{aligned}$$

$$P_{sto} \leftarrow \max(P_{sto,min}, \min(P_{sto,max}, P_{diff})) \quad \triangleright \text{Respect de la capacité du stockage}$$

$$P_{cur} \leftarrow \max(0, P_{diff} - P_{sto}) \quad \triangleright \text{Écrêtage éventuel, si le stockage n'absorbe pas la surproduction}$$

Cette fois-ci, l'heuristique respecte les limites du câble, mais peut-être de manière trop conservatrice, car la température reste le vrai facteur limitant. C'est encore une fois une référence naïve, mais qui ne pose pas de souci d'endommagement du câble.

4.4.3 Limite en température

Cette heuristique est encore semblable à la précédente, mais cette fois la limite en puissance $P_{grid,max}$ est calculée à chaque pas de temps à partir d'une inversion du modèle IEC. L'algorithme reste donc essentiellement le même, avec seulement cette étape d'inversion en plus.

À chaque pas de temps, on applique l'algorithme suivant, en disposant des données d'état E_{sto} et P_{mis} ainsi que de l'engagement P_{grid}^* et l'historique de température θ :

$$P_{sto,max} \leftarrow (E_{sto,max} - E_{sto})/\Delta t$$

$$P_{sto,min} \leftarrow (E_{sto,min} - E_{sto})/\Delta t$$

$$P_{grid,max} \leftarrow IEC^{-1}(\theta) \quad \triangleright \text{Utilisation d'un modèle inverse de la norme IEC}$$

$$P_{target} = \min(P_{grid,max}, P_{grid}^*) \quad \triangleright \text{Limitation en puissance en définissant la puissance cible}$$

$$P_{prod} = P_{grid}^* + P_{mis}$$

$$P_{diff} = P_{prod} - P_{target}$$

$$P_{sto} \leftarrow \max(P_{sto,min}, \min(P_{sto,max}, P_{diff}))$$

$$P_{cur} \leftarrow \max(0, P_{diff} - P_{sto})$$

Cette dernière heuristique est toujours presque aussi naïve (elle n'anticipe pas l'avenir), mais dispose a priori de la limitation la plus permissive qui permet simplement de ne pas endommager le câble.

4.5 Comparaison des stratégies de gestion

On va ici comparer six lois de gestion de la ferme éolienne, pour différents rapports d'*over-planting*. Ces six lois seront :

- la loi issue de la SDP sans limite du câble, pour référence,
- la loi issue de la SDP avec limite simple conservative en puissance,
- la loi issue de la SDP avec limite en température, avec le modèle RC3,
- en regard de ces 3 stratégies, les 3 heuristiques proposées en section précédente.

Les critères de comparaison seront principalement le temps de calcul et la valeur de la fonction coût, et on utilisera toujours les mêmes données d'Elia mises à l'échelle sur une durée de 30 jours. Les ratios d'*over-planting* varieront de 1 (pas d'*over-planting*) à 1.6 (60% de puissance potentiellement injectée supplémentaire) pour obtenir des résultats robustes à ce paramètre dont le réglage est un problème d'optimisation en soi, non abordé ici.

4.5.1 Discrétisation de l'espace d'état et temps de calcul

Les lois calculées avec la SDP nécessitent une discrétisation de l'espace d'état, elle sera autant que possible toujours la même :

Dimension (si concerné)	Nombre de points
E_{sto}	15
P_{mis}	21
θ_1	13
θ_2	11
θ_3	11

où θ_i est la température associée à la cellule i du modèle RC3.

Les nombres de points ont été choisis de manière à avoir un temps de calcul raisonnable avec le modèle le plus complexe (RC3), tout en permettant à la SDP de montrer son intérêt. Les variables d'état ayant l'impact le plus fort sur la décision (une variation importante de la variable impliquant une forte variation de la commande) sont dotées de relativement plus de points.

Pour avoir un ordre de grandeur, cela donne au total par pas de temps :

- 315 points d'état pour les lois "simples"

- 495,495 points d'état pour les lois avec modèle RC3
- Ou encore, au total sur les 2,880 pas de temps correspondant aux 30 jours :
- 907,200 points d'état pour les lois "simples" (SDP sans modèle thermique)
- 1,427,025,600 points d'état pour les lois avec modèle RC3

Les calculs sont effectués sur une machine dédiée, implémentés avec OpenCL+Python et exécutés sur une carte graphique NVIDIA GeForce RTX 3080. Pour information, le système d'exploitation utilisé est Ubuntu 20.04 LTS, avec le pilote graphique propriétaire en version 470.129.06.

On peut comparer les temps de calcul des lois avec la discrétisation donnée au-dessus, ainsi que les temps de simulation –à titre informatif :

Loi de gestion	Temps de calcul de la loi	Temps de simulation
Heuristique sans limite du câble	0	0.7s
Heuristique limite fixe en puissance	0	0.7s
Heuristique limite en température	0	0.7s
SDP sans limite	3s	2.5s
SDP limite fixe en puissance	3s	2.5s
SDP limite en température	11min	25s

On remarque, même si cela semble évident, que le nombre de points explorés impacte fortement le temps de calcul. Dans la mesure où les stratégies retenues nécessitent un recalcul de la loi de gestion au moins chaque jour, il est crucial de ne pas trop augmenter le nombre de points : cela pourrait rendre les temps de calcul impraticables (il ne faudrait pas dépasser quelques dizaines de minutes pour un recalcul par jour). Aussi, la viabilité des stratégies dépend entièrement de leur performance avec un faible nombre de points.

4.5.2 Performance et problèmes des stratégies sans limite

Ces deux stratégies, qui ne prennent en compte aucune limite du câble, devraient en toute logique être dans les "meilleures" en terme de valeur de la fonction coût mais également ne pas satisfaire les contraintes. Elles servent de référence pour estimer ce qu'on souhaite atteindre dans le meilleur des cas (s'il existait un moyen de les appliquer sans endommager le câble), mais seraient évidemment disqualifiées d'office dans un cadre de prise de décision réelle.

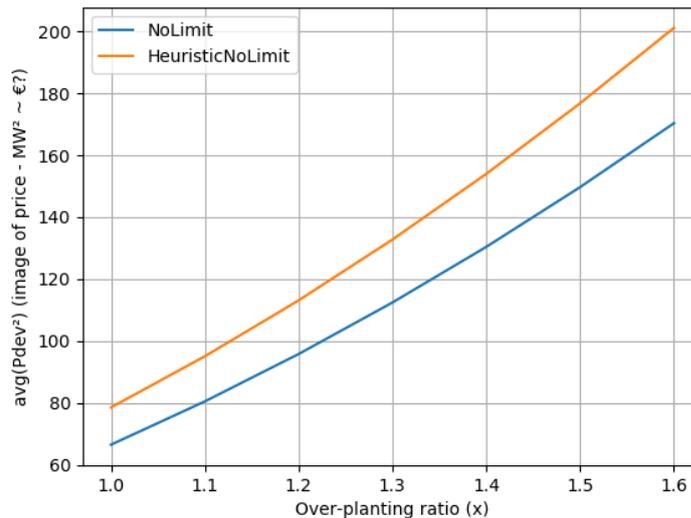


FIGURE 4.14 – Image du coût en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies sans limite : l'heuristique (HeuristicNoLimit) et la SDP (NoLimit)

On remarque deux choses (Figure 4.14) :

- l'heuristique a un coût plus important que la loi calculée par la SDP, ce qui est rassurant car la SDP est construite de manière à minimiser le coût,

— le coût augmente avec le ratio d'*over-planting* : la valeur de P_{dev} étant mise à l'échelle en même temps que les autres grandeurs, on a forcément une évolution quadratique du coût.

En observant maintenant la température maximale atteinte (Figure 4.15), on peut confirmer que ces stratégies dépassent allègrement la température admissible, dès que le ratio d'*over-planting* atteint moins de 1.2.

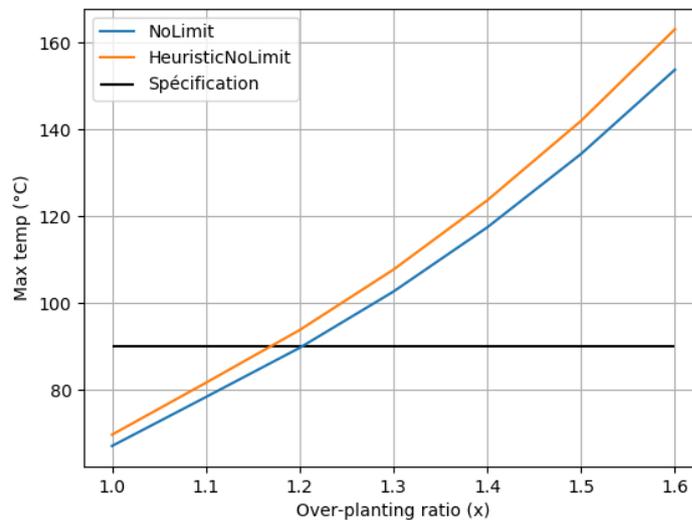


FIGURE 4.15 – Température maximale atteinte en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies sans limite : l'heuristique (HeuristicNoLimit) et la SDP (NoLimit)

4.5.3 Performance des stratégies avec limite fixe en puissance

On va réaliser la même comparaison des deux stratégies qui appliquent une limite fixe en puissance.

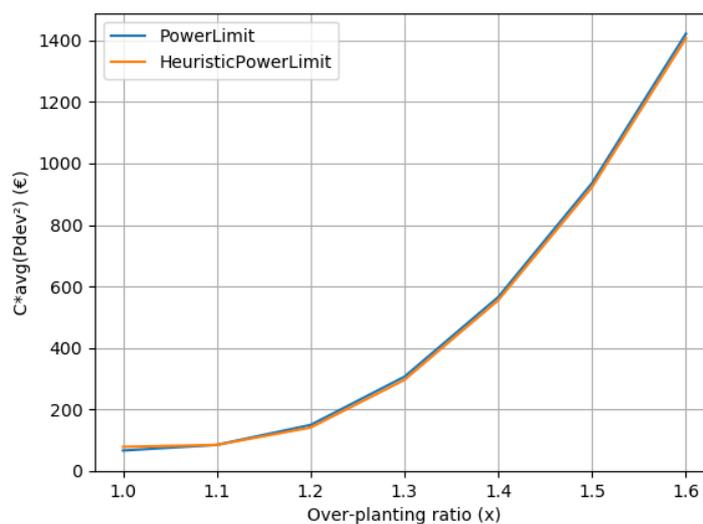


FIGURE 4.16 – Image du coût en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies avec limite en puissance : l'heuristique (HeuristicPowerLimit) et la SDP (PowerLimit)

On remarque deux choses (Figure 4.16) :

- cette fois-ci, l'avantage en coût de la SDP sur l'heuristique n'est pas clair (il est même légèrement négatif dans la majorité des cas étudiés) : cela pourrait être amélioré en prenant une discrétisation de l'espace d'état plus fine, mais rendrait la comparaison avec la stratégie suivante moins simple,
- le coût augmente avec le ratio d'*over-planting*, et ce assez rapidement : en effet, pour respecter la contrainte, on s'écarte de plus en plus de l'engagement –en plus de l'effet d'échelle visible sur les stratégies précédentes.

En observant maintenant la température maximale atteinte (Figure 4.17), on voit qu'on conserve toujours une certaine marge de manoeuvre : le câble reste 10°C en-dessous de sa température admissible.

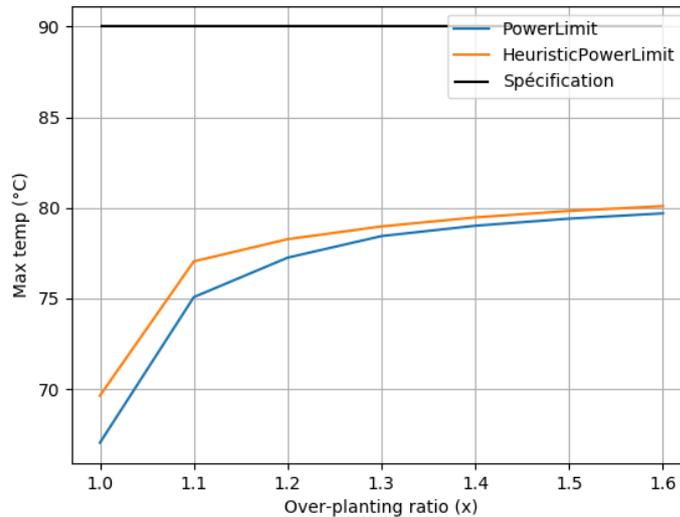


FIGURE 4.17 – Température maximale atteinte en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies avec limite en puissance : l'heuristique (HeuristicPowerLimit) et la SDP (PowerLimit)

4.5.4 Performance des stratégies avec limite en température

Ces deux dernières stratégies devraient être un compromis entre les différentes stratégies précédentes : on espère que les coûts augmenteront moins qu'avec la limite en puissance, mais on veut également respecter la limite en température pour que la prise de décision soit valable.

On remarque (Figure 4.18) que l'avantage en coût de la SDP sur l'heuristique est de nouveau d'actualité, mais faible pour les fortes valeurs d'*over-planting*.

En observant la température maximale atteinte (Figure 4.19), on voit qu'elle respecte globalement la contrainte qu'on s'était donnée. Pour des ratios d'*over-planting élevés* (à partir de 1.5), on voit un léger dépassement pour la loi calculée par la SDP : elle pourrait provenir de l'erreur de prévision, qu'on a ignorée lors de l'inversion du modèle RC3.

Sur ces figures en particulier, on peut voir que la température maximale est atteinte pour un ratio d'*over-planting* d'environ 1.3, et que cela correspond à une accélération de l'augmentation du coût.

4.5.5 Comparaison des limites en puissance et en température

On veut vérifier que la limite en température induit un coût plus faible que la limite en puissance, et à quel point. Pour cela, on va superposer les courbes de coût précédentes en Figure 4.20. On inclut également les stratégies sans limite pour référence.

Le résultat est bien celui espéré : les stratégies qui prennent en compte la température ont une meilleure performance (un coût plus faible) que les stratégies appliquant une limite fixe en

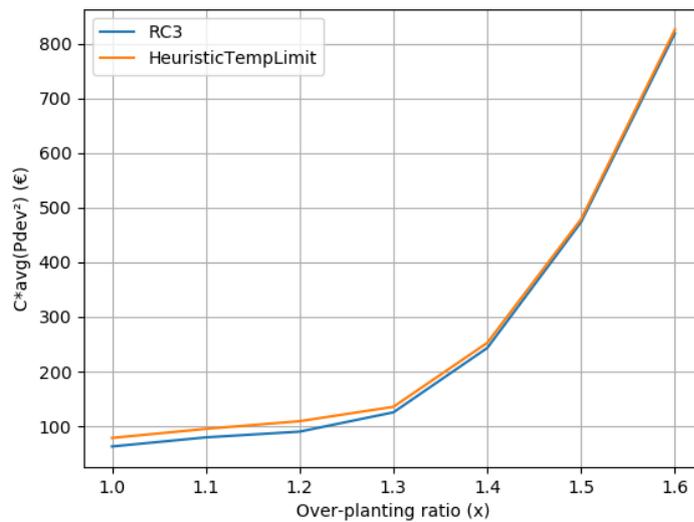


FIGURE 4.18 – Image du coût en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies avec limite en température : l'heuristique (HeuristicTempLimit) et la SDP (RC3)

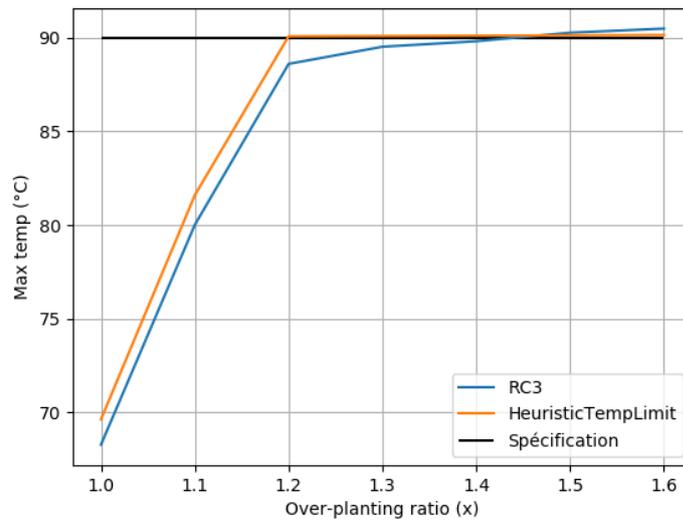


FIGURE 4.19 – Température maximale atteinte en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les deux stratégies avec limite en température : l'heuristique (HeuristicTempLimit) et la SDP (RC3)

puissance. Les stratégies sans limite font encore "mieux" mais sont inapplicables : la température maximale du câble est vite dépassée, contrairement aux autres stratégies (Figure 4.21).

Afin de visualiser l'avantage d'une stratégie de gestion sur une autre, on peut observer les coûts relatifs induits. En Figure 4.22, on voit que préférer une contrainte en puissance augmente le coût de plus de 140% par rapport à une limite dure en puissance pour certains ratios d'*over-planting*. En Figure 4.23, on voit que les heuristiques choisies (pour une limite en température) induisent des coûts jusqu'à 25% plus importants que la SDP.

4.5.6 Meilleure stratégie

La SDP combinée au modèle RC3 est la meilleure des méthodes envisagée (au sens du coût) qui respecte la limite de température du câble.

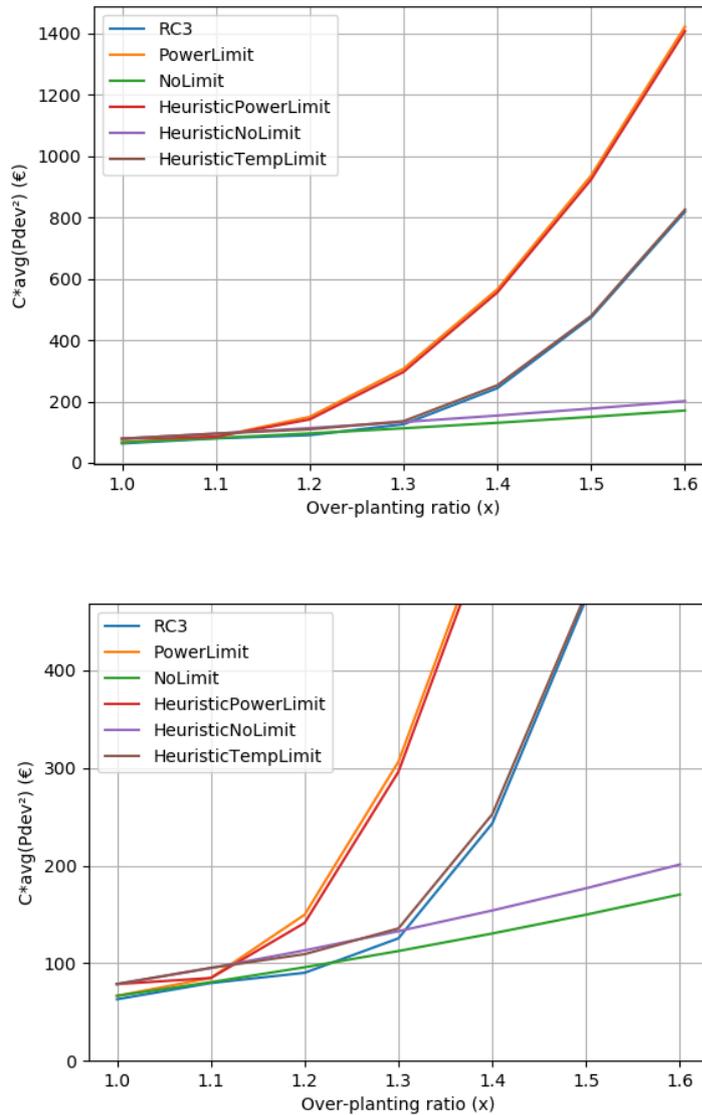


FIGURE 4.20 – Image du coût en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les six stratégies considérées et à deux échelles différentes

On a au passage confirmé deux choses : le fait que la SDP est plus performante (au sens du coût) qu'une loi de gestion aveugle, et qu'il est plus intéressant de prendre en compte la température que la puissance nominale du câble.

En revanche, la SDP est très demandeuse en temps de calcul.

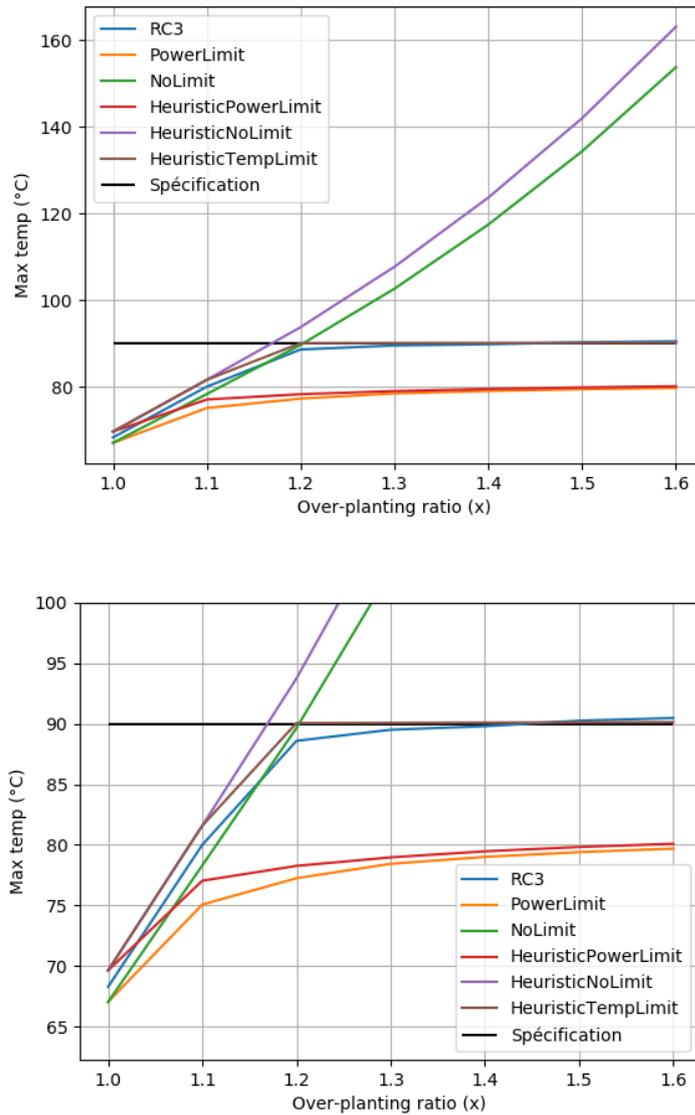


FIGURE 4.21 – Température maximale atteinte en fonction du ratio d'*over-planting*, pour les six stratégies considérées et à deux échelles différentes

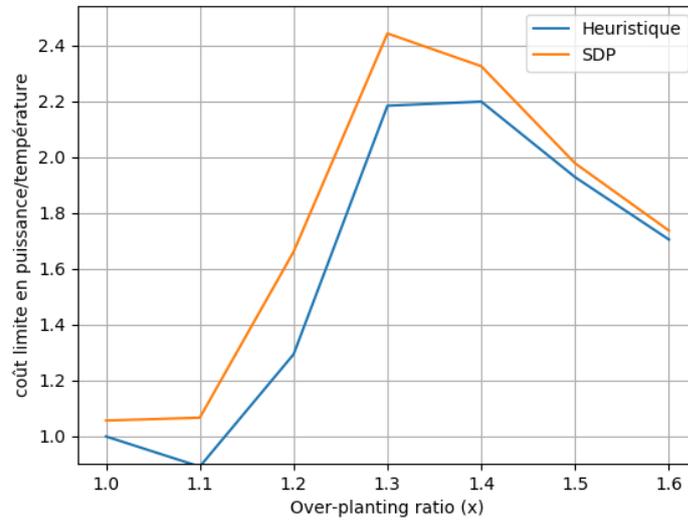


FIGURE 4.22 – Coût relatif de l'application d'une contrainte en température par rapport à une contrainte fixe en puissance.

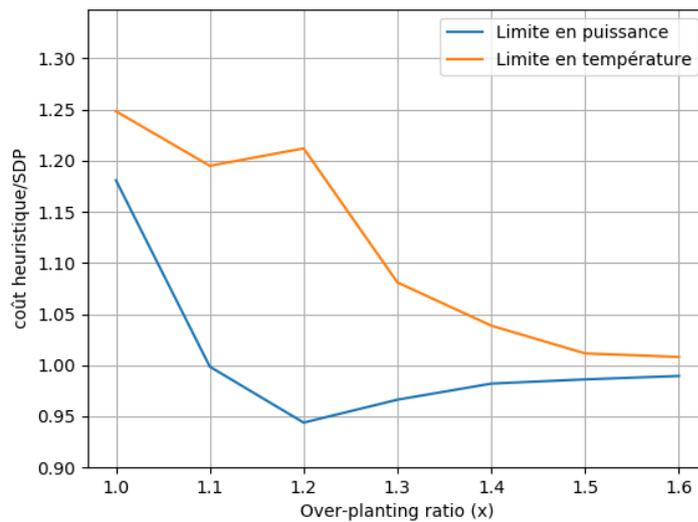


FIGURE 4.23 – Coût relatif de l'heuristique de gestion par rapport à la SDP, pour une limite fixe en puissance et pour une limite en température.

Chapitre 5

Conclusion

Ce stage avait pour objectif de comparer des méthodes de gestion pour une ferme éolienne *offshore*, en prenant en compte l'inertie thermique du câble d'export.

J'ai pu comparer différentes méthodes ayant différentes caractéristiques : basées ou non sur la SDP, et prenant en compte le câble de différentes manières. Afin de prendre en compte la température du câble avec la SDP, on a montré qu'il était nécessaire d'introduire un modèle adapté : j'en ai proposé deux, dont un (RC3) qui donne des résultats intéressants. J'ai également proposé une manière de prendre en compte une limite en puissance dans le câble.

On a déterminé que, parmi les 6 méthodes considérées, la meilleure (au sens du coût) qui respecte l'intégrité du câble est la loi de gestion calculée par SDP prenant en compte la température avec le modèle RC3.

L'introduction des deux modèles thermiques "simples" (LLTX et RC3) pour l'essai avec la SDP montre la voie d'une problématique plus large : dans un cadre d'optimisation (ou de contrôle optimal) où on considère des modèles complexes (ici, la norme IEC), peut-on se contenter de modèles simplifiés pour approcher la solution optimale? Si oui, y a-t-il des règles que doivent respecter ces modèles, comment doivent-ils se comporter par rapport aux modèles complexes?

Avec l'essai du modèle LLTX puis RC3, et spécifiquement avec l'usage de la SDP, on a pu faire une hypothèse sur certaines caractéristiques que doivent avoir les modèles simplifiés. Elle devrait évidemment être mise à l'épreuve rigoureusement, cela sera peut-être le cas lors d'un travail futur.

Enfin, comme on a montré qu'il est possible de prendre en compte l'inertie thermique du câble dans la loi de gestion "en ligne", cela ouvre la perspective d'une meilleure exploitation de toutes sortes de lignes électriques enterrées.

Bibliographie

- [1] Daminov I. & al. Optimal energy management of offshore wind farms considering the combination of overplanting and dynamic rating. In *Cigre 2022 session*. CIGRE (International Council on Large Electric Systems), 2022. Accepted for presentation at CIGRE Session 2022; Conference date : 28-08-2022 Through 02-09-2022.
- [2] Dimitri Bertsekas. *Dynamic Programming and Optimal Control : Volume I*. Athena Scientific, 2012. Google-Books-ID : qVBEEAAAQBAJ.
- [3] Anne Blavette, Charles-Henri Bonnard, Ildar Daminov, Salvy Bourguet, and Thomas Soulard. Upgrading wave energy test sites by including overplanting : a techno-economic analysis. *IET Renewable Power Generation*, 15(14) :3176–3185, October 2021.
- [4] Charles-Henri Bonnard, Anne Blavette, Salvy Bourguet, and Adrien Charmetant. Modeling of a wave farm export cable for electro-thermal sizing studies. *Renewable Energy*, 147 :2387–2398, March 2020.
- [5] Conseil de l'Union Européenne. Directive 96/92/ce du parlement européen et du conseil du 19 décembre 1996 concernant des règles communes pour le marché intérieur de l'électricité, 1997.
<https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000000889133>.
- [6] Eric Dorison. *Modélisation et dimensionnement des liaisons souterraines - Tome 2 : dimensionnement thermique*. EDF, 2015.
- [7] Réseau Elia. Données de production éolienne, 2017.
<https://www.elia.be/fr/donnees-de-reseau/production/donnees-de-production-eolienne>.
- [8] Pierre Haessig. *Dimensionnement et gestion d'un stockage d'énergie pour l'atténuation des incertitudes de production éolienne*. Thesis, École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, July 2014. Issue : 2014DENS0030.
- [9] Syed Hamza Hasan Kazmi, B. Cordes, Joachim Holbøll, T. H. Olesen, and T. S. Sørensen. Machine learning based temperature forecast for offshore windfarm export cables. In *Cigre 2020 e-session*. CIGRE (International Council on Large Electric Systems), 2020. CIGRE Session 2020; Conference date : 24-08-2020 Through 03-09-2020.
- [10] Henrik Madsen. *Time Series Analysis*. Chapman & Hall, 2008.